

## 第4学年 算数科学習指導案

1月20日(火) A①②③ (14:00～14:45)

4年 2組 前田 正秀

### 1 単元名 「変わり方調べ」

### 2 単元の目標

伴って変わる2つの数量を見だし、それらの関係を表や式などに表して明らかにし、それらの関係を用いていく能力を高める。

- 身の回りから伴って変わる2つの数量を見だし、それらの関係を明らかにしようとする。また、見つけたきまりを用いようとする。 (関心・意欲・態度)
- 2つの数量の関係について、表や式などに表しながら対応のきまりを考える。また、見つけたきまりを発展させて考える。 (数学的な考え方)
- 伴って変わる2つの数量の関係を、表に表したり、□や△などを用いて式に表したりして、変化を考察することができる。 (表現・処理)
- 伴って変わる2つの数量の関係を明らかにすることのよさを理解する。 (知識・理解)

### 3 単元について

本単元では、関数の考え方を伸ばすために、身の回りにある伴って変わる2量を見だし、それを表に表したり、□や△を用いて式に表したりしながら、2量の関係を調べる学習を行う。

#### (1) 本単元で求める姿

##### ① きまりを見いだす姿

###### 【帰納的に考える】

- ・ 求めるものを他のものと関連づけてみる
- ・ 対応する値の組を幾つも求める
- ・ 表に表して整理する
- ・ 図に表して事象を捉える
- ・ 根拠をもって推測する
- ・ 推測を試す
- ・ 特殊な場合を考える

###### 【類推的に考える】

- ・ 簡単な場合に置き換えて考える

###### 【一般化して考える】

- ・ 共通するきまりを見いだす
- ・ 式に表す

##### ② きまりの妥当性を確かめる姿

###### 【一般化して考える】

- ・ きまりが成り立つ理由を考える。

###### 【具体化して考える】

- ・ 式を操作と関連づけて見直す

##### ③ きまりを用いる姿

###### 【演繹的に考える】

- ・ きまりを用いて他の数の場合を考える。

###### 【発展的に考える】

- ・ 見つけたきまりが他の場面で使えないか考える。
- ・ 見つけたきまりを応用して、他のきまりを考える。

## (2) 指導にあたって

「きまりを見いだす姿・確かめる姿・用いる姿」を育むためには、簡単に言えば、「きまりを見つきたい」と思うような場面を設定し、「きまりを見つけてよかった」と実感させることだと考える。

### ①「きまりを見つきたい」という思いを抱かせるために

- ・ 適度な負荷のある教材を扱う。1方の数が分かってももう1方の数を簡単に予想できないような教材である。そうすることで、「どうなっているのか知りたい」「早く分かる方法はを考えた」といった願いが引き出されると考える。
- ・ きまりを見つけてさせることを急がず、まずはものと十分に関わらせる。事象をしっかりと捉えることが、きまりを見いだすための第1歩だと考える。
- ・ きまりを見つけないければ、不都合が生じるような場面を設定する。例えば「10人なら何回になるか」など、実際に操作したり図や表に表したりするのが困難な場面を設定することで、子供たちがきまりを見いだすことへの切実感を抱くと考える。

### ②「きまりを見つけてよかった」と実感させるために

- ・ 全員がきまりを発見できるようにする。例えば、真っ先にきまりを発見した一人にそのきまりを発言させるのではなく、どこに着目すればきまりを発見できるのか、きまりを見つげるためのヒントを言わせる。そうすることで、全員がきまりを発見した時の喜びを味わえると考える。
- ・ きまりの妥当性を確かめる場面を設定する。見つけたきまりの意味を考える中で、それまで気付かなかった事象の本質が見えてくる。そして、きまりを見つけたことへのよさを実感すると考える。
- ・ きまりを用いる場を設定する。実際に操作したり図や表に表したりするのが困難な場面も、きまりを用いれば求められることで、そのよさを実感すると考える。

## (3) 教材について

### ①第1次「カクカクランド」について

第1次では、正三角形や正方形を1列や階段状やピラミッド状に並べながら、伴って変わる2量の関係を明らかにしていく。正三角形や正方形を並べる活動は、伴って変わる2量の関係を捉えやすく、また、事象を多面的・発展的な視点で見つめることができる。第1次では、何に着目してどのように考えていけばいいのか、問題解決へのストラテジー（技能を含んだ数学的な考え方）を身に付けたい。

### ②第2次「ふたりでパシャリ」について

第2次では、きまりを見いだす範囲を生活場面の中へ拡張し、第1次で培ったストラテジーを駆使して問題解決を図っていく。ここでは、「ふたりでパシャリ」という問題を扱う。「ふたりでパシャリ」とは、□人が2人ずつ写真を撮った時の、写真と撮る回数を求める問題である。本教材には、次のようなよさがある。

#### ア) 2量の関係を簡単に予想できない

1方の数が分かってももう1方の数を簡単に予想できない。また、1組の値だけでは、きまりを見いだすことができない。そこで、対応する値の組をいくつも探して機能的に考えようとする姿や推測をしては試すことを繰り返す姿を引き出せると考える。そうして試行錯誤をしながらきまりを発見した時、子供たちは発見への喜びを味わえると考える。

#### イ) 様々な視点から事象を捉えることができる

様々な視点から捉えることができる。見つけたきまりの妥当性を確かめる中で、新たな発見が生まれてくる面白さがあると考えられる。

#### ウ) 簡潔な式に表す必然性が生まれる

帰納的に考えていくと「□人目が増えると(□-1)回増える」というきまりが見いだせる。しかし、このままでは、大きな数値の場合を考えるのが困難である。そこで、表を縦に見て式に表そうとする姿を引き出せると考える。

#### 4 よりよく思考する子供とは

##### (1) 算数科におけるよりよく思考する子供とは

算数科におけるよりよく思考する子供とは、数量的な事象にかかわる中で、考えてみたいことをもち、筋道を立てて表現したり、比較・検討したりしながらよりよい方法を判断し、算数をつくり上げる子供である。

##### (2) 子供がよりよく思考するには

###### ①きまりを見つけないという願いがもてるような教材や場を工夫する。

一方の数が分かって、もう一方の数を簡単に予想できないような教材を扱う事で、「どうなっているのか知りたい」「早く解決する方法を考えたい」という願いが引き出せると考える。

また、求める数を大きくしていくことで、実際に操作したり図や表に表すのが困難になり、「きまりを見つけない」という願いが引き出せると考える。

###### ②算数的活動を重視し、考えをつくり上げる場と時間を保証する。

算数的活動の場と時間を保証し、教材と十分に関わらせる。子供たちは、事象をしっかりと捉えようとする中で、きまりを見いだしていくと考える。

###### ③価値ある異同を明確にし、考えの背景をひきだす。

子供の何気ない言葉の違いの中に、算数的な価値が潜んでいることがある。例えば、「3人」と「(4-1)人」、「～なる」と「～なるはず」、「ここは2cmです」と「ここは必ず2cmです」など。そういった言葉を拾い上げて背景を引き出す。友達の考えの背景に触れることで、子供たちは自分の考えを見つめ直していくと考える。

###### ④友達が見つけたきまりを迫体験する場を設ける。

友達の見つけたきまりや式を、動作で表してみたり、別の数で試したりと、迫体験する場を設ける。そして、友達の見つけたきまりが、自分の図で言うとうどういう意味なのかを考える場を設ける。そうした中で、新たな見方・考え方が生まれると考える。

###### ⑤「どんな数でも」という視点から自分の考え振り返る場を設ける。

「5人だと何回？」→「10人だと何回？」といったように、求める数を拡張していく。5人の時には使えた考えが、10人では大変になるなどの不都合が生じる中で、子供たちは、自分の考えを見直し、一般化を図ろうとしていくと考える。



## 6 本時までの流れ

第1次では、何に着目してどのように考えていけばいいのか、問題解決へのストラテジー（技能を含んだ数学的な考え方）を身に付けることに重点を置いて学習を進めた。

1 / 14 (水) 第1時

カクカクランド① ～ 三角形の道、まわりの長さは？



### ① 三角形が4個なら

1辺が1cmの正三角形を4個並べた時の周りの長さを問う。

答えは、簡単。6cmである。

「じゃあ、5個並べると…」と進んでいきたいところであるが、ここでは先を急がない。まずは、この正三角形を4個並べた事象と十分にかかわらせることが大切だと考えたからである。

「どうやって数えたのかな。」と子供たちに問いかけた。

子供たちは、

- ・ 一周しながら抜かりなく数える方法。
- ・ 3cmが2つと見て、 $3 \times 2 = 6$ と数える方法。

など、様々な数え方を発表した。

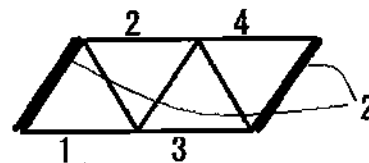
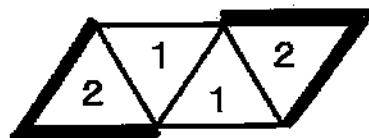
そんな中、宇於崎児は次のような数え方を紹介した。

「端の三角形は周りの長さが2cm、内側の三角形は1cm。2 + 1 + 1 + 2で6cmになる」

宇於崎児は、端の三角形と内側の三角形に分けて考えたのである。

その発言を聞いた岩佐児が「あっ、法則を見つけた。」と手を挙げた。

「どの三角形も周りの長さになっている辺が1本なんだけど、端の三角形だけはもう1本多い。4cmに端の2cmを足して $4 + 2 = 6$ 」というのである。



ここでは、教師の側から「きまりはないですか」「きまりを見つけましょう」と言わなくても、子供たちが、自らきまりを見い出そうとしていった。それは、事象とじっくりかかわったからである。

子供たちにも、「図をじっくり観察していると、おもしろいきまりが見えてきましたね。」と言い、図にかいて観察することの大切さを確認した。

### ② 三角形が5個なら

次に、正三角形が5個の場合の周りの長さを考えた。

答えは、7cmである。

ここで佐藤児が、

「あれ、2cm増えると思ってた。」と小さな声でつぶやくのが聞こえた。佐藤児の考え方は、前と比べて次を推測するという問題を解決する上で、とても大切な考え方である。そこで、佐藤児のつぶやきを拾い上げ、

「どうして佐藤君は、2 cm増えると思ったのかな」と子供たちに問いかけた。

「佐藤君の言いたいこと、分かるような気がする。」と常盤児が、佐藤児の思いを代弁し、説明する。

「4個から5個にする時、線を2本書き足すから、2 cm増えると思ったんだと思う。でも、実際は、2本増えるんだけど、1本、周りの長さじゃなくなるから、1 cmだけ増える。」

というのである。

「だったら、6個になったら、もう1 cm増えるんじゃないの」と他の子が続く。

子供たちは、実際に試してみて「やっぱりそうだった。8 cmだ」とうれしそうに報告する。

だったらと、1個、2個、3個の時を調べ出す子が出てきて、

「1個なら3 cm、2個なら4 cm、3個なら5 cm。やっぱり1 cmずつ増えてる」と、次々に報告が続く。

正三角形が1個増えるごとに周りの長さが1 cmずつ増える。そんなきまりが見えてきたのである。

そのきまりを、表に整理して板書した。そして、「前とくらべて次を予想すると、おもしろいきまりが見えてきましたね。」と言い、予想することの大切さを確認した。

### ③ 三角形が10個なら

「じゃあ、正三角形が10個なら、周りの長さは何cmになるかな」

と子供たちに問いかけた。

「図をかかなくても分かるよ」という声があがる。

常盤児は、「法則がある」のだと言う。「まわりの長さ＝三角形の数＋2」というきまりである。

このきまりを使うと、 $10 + 2 = 12$ と、周りの長さを計算で求めることができるのである。

$10 + 2$ になることを、山本児が、図を使って説明した。その説明の中にもおもしろい言葉があった。

「はしは、必ず2 cmだから…」という言葉である。「必ず」という言葉に込められた背景を引き出したいと思い、

「必ずって、どういうこと」と山本児に尋ねた。すると、

「4個の時でも、5個の時でもそうだった。」のだと言う。

4個の時や5個の時の図を確かめると、確かに「三角形の数＋2」になっている。更に、表を用いて確認しても、確かに「三角形の数＋2」になっている。

しかし、このきまりは、帰納的な推論であって絶対の事実ではない。そこで、

「本当にいつでも、+2なの。」

と揺さぶりをかけた。

子供たちは、普通の三角形は、1辺が前の三角形とつながり、1辺が後ろの三角形とつながり、残った1辺が周りの長さになるのだが、最初と最後の三角形だけは、1つの三角形としかつながっていないので、1辺余分に周りの長さとなることを、図を用いながら説明していった。

正三角形4個の周りの長さの数え方を考える中で、宇於崎児や岩佐児が見つけた法則が、一般化されていったのである。

### ④ もっと多くなっても

そうして、きまりについて話をしている中で、「だったら」と岩佐が手をあげた。

「だったら100個なら102 cmになる」というのである。それを聞いた宇於崎児が「法則を見つけると楽に分かるね」と言う。「大きな数でも計算で求められる」というのである。

### ⑤ だったら…

岩佐児のようにきまりを見つけて終わりではなく、「だったら」と考えていくことは、大切なこと

である。

「他にも、だったら…と考えてみたいことは、ありませんか。」と子供たちに問いかけた。

吉本児が、「四角形だったら、どうなるか試してみたい。」と、問題を発展させた。

試してみると、「まわりの長さ＝四角形の数×2＋2」となる。

更に、「5角形は?」「6角形は?」と他の子供たちも続く。それについては、授業では試さなかったのだが、ちなみに「n角形のまわりの長さ＝(n-2)×2+2」となる。

また、教師からも次のような「だったら…」を紹介した。今回は、まっすぐに道を並べたが、「曲がりくねった道にしたらどうなるか」という「だったら…」である。この問題については、授業では答えを出さず、オープンエンドで授業を終えた。

この日、学習したことをまとめると、次のようになる。

図をかいて観察したり、前とくらべて次を予想したり、表に整理したりすることによって、『きまり』が見つかる。そして、『きまり』を用いると、大きな数でも計算で簡単に求められる。

何に着目してどのように考えていけば問題の解決が図れるのか、考え方を学習したのである。

① 4個なら  
(事象を捉える)

② 5個なら  
(変わり方を捉える)

③ 10個なら  
④ もっと多くなったら  
(一般化を図る)

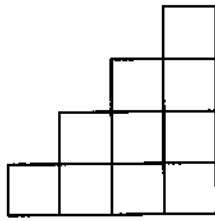
⑤ だったら  
(きまりを発展させる)

さて、実はこの日、授業をする上で、絶対言わないでおこうと決めていた言葉があった。それは、「きまりを見つけましょう」という言葉である。逆に言えば、「きまりを見つけよう」と子供が自ら動き出す授業を目指したのである。

もしも教科書なら、1個の時、2個の時、3個の時…を求めさせ、それを表にまとめさせ、「きまりを見つけましょう」と問いかけるという展開になることだろう。しかし、これでは、最初からきまりがあることを子供たちに示してしまい、「きまりが必要だ」「きまりを見つけてよかった」という思いを子供たちに抱かせることはできない。

この日の授業では、まず、事象にじっくりとかわらせ、その上で、きまりを用いなければ解決に不都合が生じるような大きな数に問題を拡張した。そうすることによって、子供たちは「きまりを見つけない」という願いを抱き、「きまりをみつけるよさ」を実感していったのである。

カクカクランド② ～階段、まわりの長さは？



第2時は、第1時と大まかな学習の流れは同じである。まずは事象とじっくりかかわり、その上で数を拡張し、きまりを見つけていくという学習の展開である。ただし、図や表を用いたり、予想したりといった問題解決へのストラテジーが身についた分、前時よりもスムーズにきまりを見つけることができる。

そこで、この日の学習では、前の時間に扱いきれなかった

- ・見つけたきまりを、△や□を使った式で表すこと
- ・きまりの妥当性を確かめること

に重点を置いて学習を進めることにした。

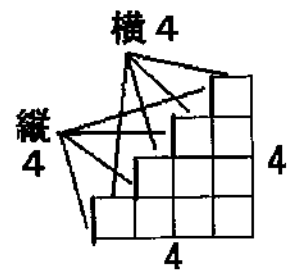
ここでは、きまりの妥当性を確かめる中で、新たな発見をしていった子供の姿を中心に記述する。

### ⑥ どうして、 $4 \times 4$ になるの

だんの数	1	2	3	4	5
まわり	4	8	12	16	20

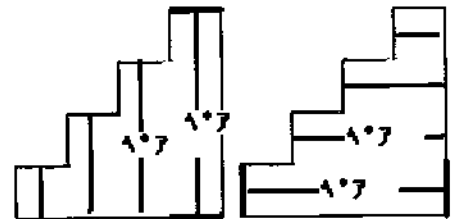
まずは、3段、4段の階段のまわりの長さを数え、図に表したり表に整理したりしながら、変わり方の様子を観察した。

西野児は、4段の階段のまわりの長さを、次のような数えた。下の辺が4 cm、右の辺が4 cm、階段の縦の部分が4 cm、階段の横の部分が4 cmという数え方である。



西野児の数え方をもとに、子供たちは「まわりの長さ＝だんの数 $\times$ 4」になっているというきまりを、見つけ出した。

ここで、きまりの妥当性を確かめる必要がある。そこで、4段の階段を取り上げ、「どうして、まわりの長さは、 $4 \times 4$ になるのか」を考えていくことにした。



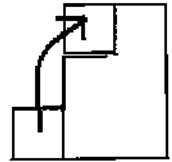
尾谷児は、「向かい合う辺が必ずペアになっている」と説明した。右の辺と下の辺が4 cmなのは明らかである。階段の部分の辺は、必ず向かい合う辺とペアになっているから、 $4 \times 4$ になるというのである。これは、西野児の数え方をもとにした考え方である。

さて、ペアができるなら、もっとすっきりとした説明ができるはずである。しかし、子供たちから



なかなかすっきりとした説明が出てこなかった。そこで、3段の階段のまわりの長さを数えていた時の、永田児の考えを振り返り、考え方の指針を示すことにした。

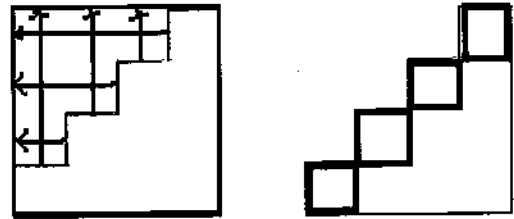
3段の階段の時、永田児は、「失敗したんだけど…」と言いながら、次のように考えを発表した。右図のように、何とか移動して数えられないか試してみたのである。このやり方は、失敗に終わったのだが、駒児は、「永田さんは、複雑を簡単にしようとしたんじゃないかな」と、その考え方に共感していた。



さて、「移動」、「簡単に複雑に」といった着眼点をもって、もう一度、 $4 \times 4$ になる理由をすっきりと説明できないか、考えてみた。すると、何人かの子供たちが、「分かった」「分かった」という声をあげた。

「分かった」という子にヒントを言わせた。これは、発見の喜びを全員に感じてほしいからであり、また、答えだけでなく、何に着目すればよいのかが分かるようにするためである。

吉本児の「 $4 \times 4$ の正方形になる」というヒントに、「分かった」という声が一気に増えた。辺を移動すれば、正方形になるのである。これは、4段の場合や5段の場合でもそうなることを確認した。

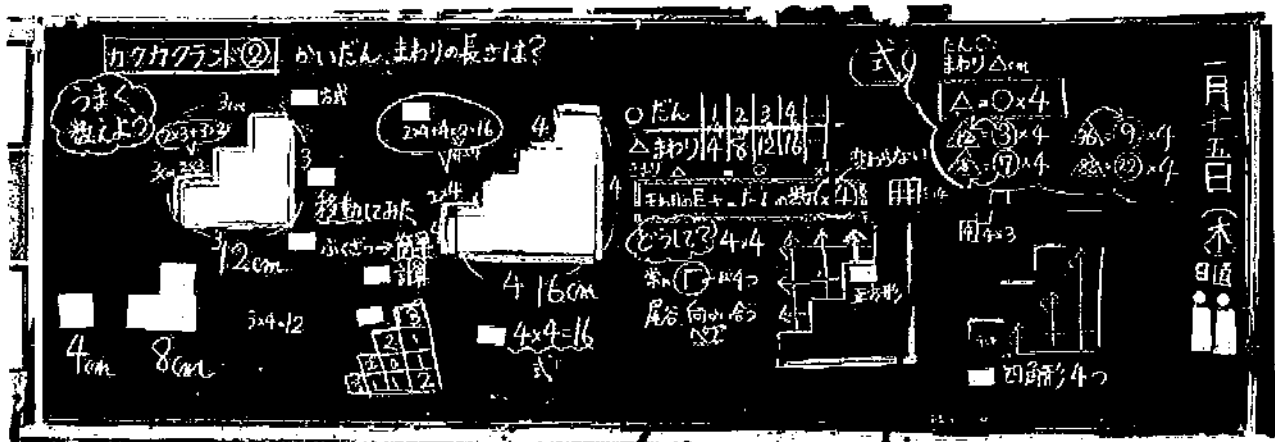


岩佐児は、「別の移動の仕方もある」と発言。「四角形を4つにする」というのである。3段なら四角形が3つ、5段なら5つできる。

このように、「まわりの長さ=だんの数 $\times 4$ 」というきまりの妥当性を確かめる中で、階段のまわりの長さは、一辺が $\square$ cmの正方形や四角形 $\square$ 個に変形できるという新たな発見が生まれた。子供たちは発見の喜びを感じるとともに、何に着目してどう考えれば発見できるかを理解していった。

### ⑦ □や△の式に表そう

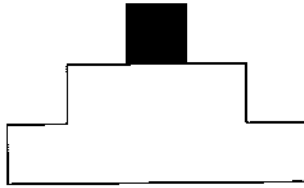
子供たちが見つけたきまりを、まわりの長さを $\Delta$ cm、だんの数を $\square$ 個として式に表すと、「 $\Delta = \square \times 4$ 」となる。このやり方は教師の側から提示したのだが、それまで十分事象とふれあい、一般化を図ろうとしてきた子供たちは、スムーズに理解することができた。 $\Delta$ や $\square$ にいろいろな数を入れながら、「 $\Delta$ や $\square$ には、どんな数が入ってもいいこと」「 $\Delta$ や $\square$ の数が変わっても4という数字は変わらないこと」「 $\square$ を決めれば $\Delta$ が決まること」を確認した。子供たちは、「関係がすっきり分かるね」「計算でぱっと求められるね」など、 $\Delta$ や $\square$ を用いた式で表すよさに気付いていった。



⑥ どうして $4 \times 4$ になるの  
(きまりの妥当性を考える)

⑦  $\Delta$ や $\square$ の式に表そう

カクカクランド③ ～ピラミッド、石の数は？



第3時では、伴って変わる2量が2つある教材を扱った。関係が複雑になる中で、変わらないものを見つけ、共通点を見つけていく力を身につけてほしいと思ったからである。

ここでは、一般化を図り、より簡単な式を求めていく姿を中心に記述する。

### ⑧ ぱっと求められるのは？

だん	1	2	3	4	5
石の数	1	4	9	16	25

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & \rightarrow & 3 & \rightarrow & 5 & \rightarrow & 7 & \rightarrow & 9 \\
 & & 2 & & 2 & & 2 & & 2
 \end{array}$$

ピラミッドの段の数を、3個4個5個と増やしていった、石の数の変化の様子を観察した。

ピラミッド各段の石の数は、1段目は1個、2段目は3個、3段目は5個…と増えていく。2個ずつ増えていくのである。それにともなって、ピラミッドを作るのに必要な石の数は、1段のピラミッドなら1個、2段のピラミッドなら4個、3段のピラミッドなら9個…といったように、1個増え3個増え5個増え…と変化していく。表を横に見ると、増える数が1、3、5、7…となっているのが分かる。

それに対して、表を縦に見ると、 $1 \times 1 = 1$ 、 $2 \times 2 = 4$ 、 $3 \times 3 = 9$ …といったように、だん×だんが石の数になっているのが分かる。

きまりが2つも見つかったねという話をしていた時、吉本児が、

「でも、いきなり言われて分かるのは、かけ算の方だよ」と発言した。

その理由を聞いてみると、

「今は、3個、4個、5個と調べてきたから、それに足せばよかったけど、例えば、10だんの時の石の数っていきなり言われて、答えがぱっと分かるのは、10だんの方。」

というのである。

これまでの授業では、教師の側から「だったら10の時は…」と数を拡張していったのだが、第3時になると、子供の側から「10の時は…」という考えが出てきた。これは、「いつでも言えることなのか」と一般化を図る姿である。

吉本児の発言に続いて、常磐児が、

「増えていくやり方だと  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19$  っていうふうに、1段目から10段目まで全部の石の数を調べないといけない。かけ算のやり方だと、10って数が分かったら、10

× 10 で計算できてしまう。」

と発言した。

それに対して、宇於崎児が、

「足していくやり方も、全部調べなくても分かるよ。10 段目の石の数は、 $10 \times 2 - 1$  で計算で求められるよ。」と発言。足していく方法も、だんの数が分かれば答えは分かるのである。しかし、宇於崎児は、自分の考えを説明していくうちに「あ、でも、やっぱり大変だ」と、その大変さに気付いた。

2つのやりかたを一般化すると次のようになる。

・  $1 + 3 + 5 + \dots + (2 \times \square - 1)$  ←  $1 \cdot 3 \cdot 5 \dots$  と、 $\square$  個足す

・  $\square \times \square$

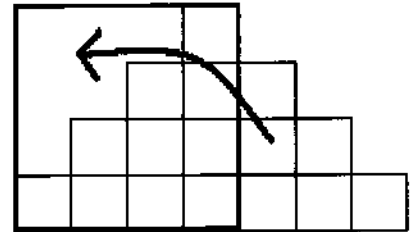
どちらの方法も、だんの数が分かれば答えが求まる。しかし、より簡単に分かるのは、かけ算の方法である。ここでは、2つのきまりを比較する中で、より簡単なきまりに洗練しようという姿が見られた。そして、より簡単なきまりにするには、段の数だけを使って答えが求められるような式にすればいいことに気づいていったのである。

### ⑨ どうして $4 \times 4$ になるの？

では、どうして、まわりの長さが  $\square \times \square$  になるのだろうか。見つけたきまりの妥当性を考えた。

その中で、ピラミッドを移動すれば正方形になるという新たな発見が生まれた。

その際、分かった人がヒントを言い、それを聞いて分かった人がまたヒントを言う、そして最後には全員が分かるというように活動した。全員に発見の喜びを与えるためである。また、答えだけでなく、何に着目して考えればいいのか、考え方を身に付けるためである。常盤児は、「複雑を簡単にする」というヒントが出した。これは、第2時で永田児や駒児が用いた着眼点である。こうして、子供たちは、何に着目して考えていけばいいのかを意識化していった。



本時では…

