

# 算数科

前田 正秀

## 1 算数科における認識を深める子供とは

算数科における認識を深める子供とは、それまでの認識の曖昧さに気づき、見方を変えたり、つなげたり、はっきりさせたりする中で、事象をより数学的にとらえていく子供である。

### (1) 「それまでの認識の曖昧さに気づく」とは

「それまでの認識の曖昧さに気づく」とは、次のような姿のことである。

- ・それまでの認識と**矛盾**した見方と出会う (驚き)
- ・それまでの認識では**不都合**が生じる (切実感)
- ・それまでの認識では**満足**できなくなる (憧れ)

子供は、自分なりの認識をつくり上げた時、その認識に満足し、安定した状態になる。しかし、それまでの認識の曖昧さに気付いた時、もう1度、その認識を見つめ直していく。

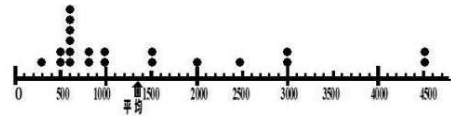
#### 【事例 6年「資料の見方」①】

例えば、「みんなのおこづかい」は、いくらと言えばよいか」という課題について考えた授業を例にする。

はじめ、「みんなのおこづかい」を「平均して 1325 円といえがいい」と考えた子がいた。平均は全員の金額の真ん中だからである。

しかし「600 円の人が1番多いのに、1325 円とはあまりに高すぎる」「4500 円も貰っている人が、あまりに平均を上げている」といったような見方と出会って、

自分の認識を見つめ直し始めた。「矛盾した見方」と出合うことで、認識の曖昧さに気付いたのである。



まさお君

1000	800	600	1500	600
2000	300	4500	600	800
500	600	1000	500	3000
2500	600	1500	3000	600

みんな

### (2) 見方を「変える」「つなげる」「はっきりさせる」とは

新たな視点から事象を見つめ直していく中で、子供は見方を変えたり、つなげたり、はっきりさせたりしていく。

- ・「見方を変え**る**」とは、新たな視点から考えを作り変えることである。
- ・「見方を**つな**げる」とは、別々に見えていた事象の中に共通する真理を見出すことである。
- ・「見方がは**っ**きりさせる」とは、考えの根拠を明確にすることである。

#### 【事例 6年「資料の見方」②】

先の例で挙げた子は、自分の認識を見つめ直す中で、「みんなの金額」を「平均値の 1325 円」から改め「中央値の 800 円」に見方を変えた。

また、はじめ「最頻値の 600 円」だと見ていて、最後まで「600 円」だと見続けた子もいた。この場合も認識が深まらなかったわけではない。最初は「人数が多いから」というだけの

理由だったのだが、「全員の金額が反映させていないのに、みんなっていいのかな」という矛盾と出会い、「そうだけど、極端な人は抜いた方が数が、一般的な人の特徴を表せるから」と、根拠をより明確にしていった。見方をはっきりさせたのである。

### 例1】見方が変わる

「みんな」は、1325円【平均値】。  
全員の金額の真ん中が「みんな」

深まる

「みんな」は、800円【中央値】。  
人数の真ん中が「みんな」。全員の真ん中  
だし、外れ値の影響も受けていない。

【曖昧さ】

外れ値の影響を受けているよ！

### 例2】見方がはっきりする

「みんな」は、600円【最頻値】  
人数が1番多いのが「みんな」

深まる

「みんな」は、600円【最頻値】。人数  
が1番多いのが「みんな」。だって、極端  
な人は抜いた方が数が、一般的な人の特徴  
を表せるから。

【曖昧さ】

全員の金額が反映されてないよ！

## (3) 「数理的にとらえる」とは

こうして認識を見つめ直していく中で、子供は事象をより数理的にとらえていく。

「数理的にとらえる」とは、簡潔性（すっきり、簡単）、明瞭性（はっきり、分かりやすい）、正確性（間違いがない）、能率性（手際よい）、一般性（いつでも言える）、有用性（使える）、審美性（美しい）といった視点からものごとを見ていくことである。

### 【事例 6年「資料の見方」③】

先の例で言えば、子供たちは、よりよい見方に改めたり、根拠を明らかにしたりしながら、それまでよりも納得のいく見方を獲得していった。それまでの認識に、正確性や明瞭性という価値が加わったのである。

## 2 認識を深める子供を育てるには

### (1) 認識の曖昧さを浮き彫りにする

まずは、多様な見方が生まれる教材と出合わせる。そして、多様な見方を比較し合う中で、それまでの認識の曖昧さを浮き彫りにしていく。

認識の曖昧さに気付いた子供は、それまでの認識を見つめ直していく。

### (2) 新たな認識を創る場を保障する

それまでの認識を見つめ直し始めた子供たちへ、考える視点を示す。何が明らかになって、これからどんな視点で考えていけばいいのかを明確にするのである。そうして、子供が新たな認識を再構築できるよう支援していく。

### (3) 認識の深まりを実感させる。

新たな認識を再構築した子供たちに、追体験や活用場などを用意する。事象と十分にかかわる中で、認識の深まりを実感させる。

### 3 実践事例

#### 第3学年「二等辺三角形と正三角形」

##### (1) 単元のねらい

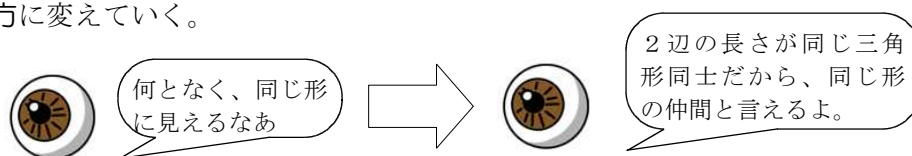
- |                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| ・ 辺の長さや角の大きさに着目して三角形を観察しようとする。     | 【関、意、態】   |
| ・ 三角形を、辺の長さに着目して分類しようとする。          | 【数学的な考え方】 |
| ・ コンパスを用いて、二等辺三角形や正三角形を作図することができる。 | 【技能】      |
| ・ 二等辺三角形や正三角形の定義や性質を理解する。          | 【知、理】     |

##### (2) 単元について

###### ① 同じと見る目を育む

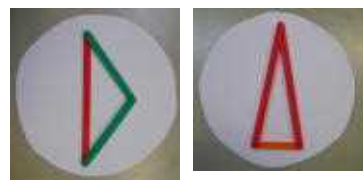
本単元の本質は「同じと見る目」を育むことである。

子供たちは最初、ある形とある形を見比べる際、「おにぎりみたいな形の仲間」「タワーみたいな形の仲間」といったように、ものの形に見立てて「同じ仲間」と認識する。そうした見方を、「2辺の長さが等しい三角形の仲間」「3辺の長さが等しい三角形の仲間」といったように、構成要素からとらえる見方に変えていく。



子供たちの中には、「3辺の長さが等しい三角形は正三角形」「2辺の長さが等しい三角形は二等辺三角形」といった知識を既に知っている子もいる。知識さえあれば、「この形は二等辺三角形だ」「この形は正三角形だ」といった弁別は出来るかもしれない。しかし、機械的に弁別ができたからといって、それらを「同じ形の仲間」と認識できているわけではない。

例えば、鈍角な二等辺三角形と鋭角な二等辺三角形は、一見全然違う形に見える。これらの形を「類して同じ」と認識するためには、**観点を決めてとらえる見方**をすることが必要となる。図形を見る観点がいろいろとある中で、様々な観点を捨象し、「辺の長さの関係」だけに着目する。そうすることによって、鈍角であっても鋭角であっても、類して同じに見えてくるのである。



本当に同じ仲間？

###### ② 比べる、共通性を見出す、言葉でまとめる

“同じと見る目”を育むために、算数的活動を大切にしたい。

坪田耕三先生は、図形の学習で大切にしたい活動について、次のように述べられている。

「図形の勉強で最も大事にしたい活動はひとことで言うと、“比較→抽象→概括”、これだけです。これはものの概念を理解する時の認識過程です」

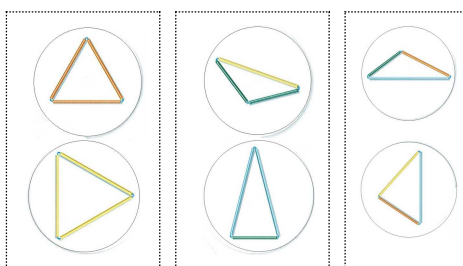
この「比較→抽象→概括」という言葉を簡単に言え変えれば、

① 比べる ② 共通性を見出す ③ 言葉でまとめる と言える。

「二等辺三角形と正三角形」の学習に当てはめてみる。

まず、「正三角形」と「二等辺三角形」と「そうでない形」を見比べる活動が大切になる。いろいろな三角形を見比べながら、似ている三角形をさがす。どこが同じで、どこが違うのかを観察するのである。

次に、似ている形同士で仲間に分け、その仲間に**共通性を見出していく**活動が大切になる。始めのうちは、「○○みたいな形」と、ものの形に見立てて「同じ」と認識していくであろう。しかし、大きさや色など、形に関係ないものを捨象したり、細長い、平らなど、曖昧な言い回しを洗練したりしていくうちに、辺の長さなどの「構成要素」だけが共通の特徴だということが分かってくる。



さらに、それらの共通性を**言葉でまとめる**活動が大切になる。「2つの辺の長さが等しい三角形」「3つの辺の長さが等しい三角形」などと、言葉でまとめて一般化を図る。そうすることで、実際に観察していない全ての三角形のことも言い表すことができる。

こうした活動を通して、「同じ仲間の形」だと認識する根拠を明確にしていく。構成要素から形をとらえて、「同じ」だと認識できるようにしていくのである。

### ③ 学習課題成立の過程を大切にす

「①比べる→②共通性を見出す→③言葉でまとめる」といった活動は必要不可欠であり、揺るぎないものである。しかし、それらの活動のどこに重きを置き、どのように構成するかは授業者に委ねられている。

算数の協議会でよく議論になるのは、学習課題の中に「**辺の長さに着目して**」という言葉を入れるかどうかである。最初から「**辺の長さに着目して**、仲間分けしましょう」という課題にすれば、考える視点をはっきりする。その反面、答えが1つに限られてしまい、味気ない授業になってしまう。一方、「**辺の長さに着目して**」という言葉を入れず、自由に三角形を仲間分けさせれば、多様な発想が生まれる反面、どんな分け方でも正解になり、うまくまとめきれなくなってしまう。

私は、「**辺の長さに着目しよう**」と子供自身が考え出すことこそ大切にしたいと考える。本提案授業では、まず、全体の場で自由に仲間分けをした。自由に仲間分けをすれば、必ず「この形はこっちの仲間だよ」「いや、あっちの仲間だよ」といった意見の衝突が生まれる。そこから「はっきりと仲間分けできる方法を考えよう」という学習課題を作り上げていった。学習課題の成立の過程を大切にしたい授業の提案である。

【教師が提示する課題】  
似ている形同士で仲間に分けよう。



【みんなで作る課題①】  
はっきりと仲間分けできる方法を考えよう



【みんなで作る課題②】  
辺の長さに着目して仲間分けしよう

### (3) 全体計画 (全8時間)

#### 第1次 二等辺三角形と正三角形 (4時間)

- ・ 三角形を仲間分けする…【本時】
- ・ 二等辺三角形や正三角形を作図する。
- ・ 折り紙で、二等辺三角形や正三角形を作る。
- ・ 練習問題に取り組む

#### 第二次 三角形と角 (4時間)

- ・ 三角定規の角を写し取って、角の大きさを比べる。
- ・ 二等辺三角形や正三角形の角の大きさを調べ、きまりを見つける。
- ・ 正三角形や二等辺三角形の敷き詰め模様をつくる。
- ・ 練習問題に取り組む。

#### (4) 授業の実際

##### ① 素朴な見方

長さの異なる4種類の棒を使っていろいろな三角形を作った。ここでは、4人グループで活動させ、「いろいろな種類の三角形をつくきましょう」と、子供たちに投げかけた。

子供たちは「アイスのコーンみたいな形ができたよ」「ペンギンの嘴みたいな形ができたよ」と、楽しそうに三角形を作っていた。ものの形に見立てて形をとらえている姿である。



活動を続ける中で、次第に、子供たちから「これとこれは同じ形だよ」「これとこれば似てるけど違うよ」という会話が聞こえてきた。「いろいろな種類の」という条件を付けたことで、子供たちは、出来た三角形が「同じ」かどうかを目を向けていったのである。

「同じ」かどうかを判断する中で、「赤赤黄の三角形はもう作ったよ」「僕は赤黄緑を作るね」などと、三角形を辺の色で呼び合う姿が見られた。辺の長さに着目して形をとらえている姿である。

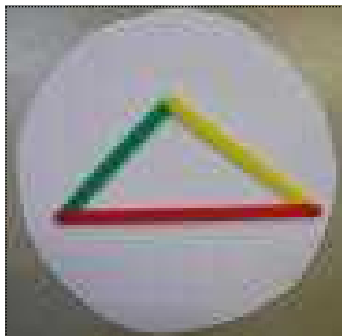
##### ② はじめの認識

###### 面で形をとらえて「同じ(違う)」と認識

子供たちが作った三角形の中から、まず、3つの三角形を取り上げて子供たちに提示した。

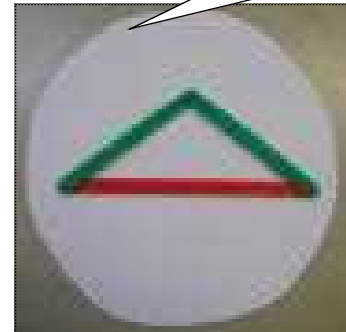


㊸ 赤赤橙 (12 cm, 12 cm, 5 cm)



㊹ 赤緑黄 (12 cm, 9 cm, 10 cm)

㊸は、㊹と㊺のどちらに似ていますか？



㊺ 赤緑緑 (12 cm, 9 cm, 9 cm)

㊸と㊹を黒板に貼り、「㊸は、㊹と㊺のどちらに似ていますか」と問いかけた。

ほとんどの子は、「㊹に似ている」に手を挙げた。

「㊹と㊺は、赤と緑の辺が使われているところまで一緒。黄色と緑の違いがあるだけだから」

「黄色と緑の辺は1 cm違うだけだから。遠くから見るとそんなに変わらないよ」

といった理由である。

そんな中、「㊸にも㊹にも似ている」という意見の子も数名いた。「かたちでは㊹と㊺が似ているけど、㊸と㊺は2つの辺の長さが同じになっているということが共通しているから」といった理由である。まだ迷いながらの意見ではあるが、本質に迫る考えである。この意見を聞いて、他の子供たちもざわつき始めた。

意見が分かれたが、②を人数の多かった①の近くに貼った。そして、「このように、作った三角形を黒板に貼っていきます。似ている三角形は近くに貼ります。似ていない三角形は遠くに貼ります。そして、三角形をいくつかの仲間に分けましょう。」と指示を出した。

子供たちは、「この形は、大きさが違うだけで、形はこれと似ているよ」「この形は、これと同じ色の辺があるから、これと似ているよ」「この形は、先が尖っているから、これと似ているよ」と、どんどん三角形を黒板に貼っていった。貼っていくうちに、黒板にはいくつかの仲間ができ始めた。



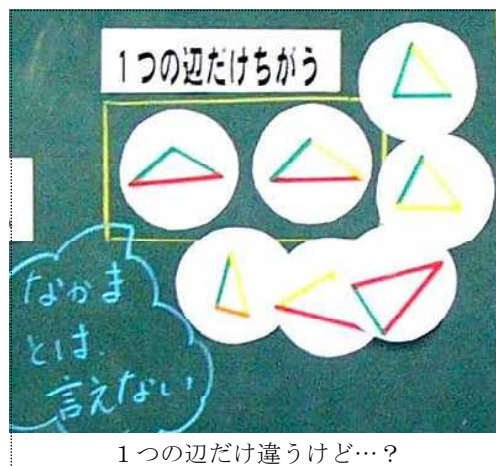
次第に仲間ができてきたが…

### ③ 思考の活性化

子供たちが、途中まで貼ったところで、ストップをかけた。仲間分けする中で、ルールの曖昧さが見えてきたからである。

例えば、最初、多くの子供たちは、①と②のように1つの辺だけが違う三角形は「似ている形」だと言っていた。しかし、実際に貼ってみると、①と1つの辺だけが違う三角形なのに、①の近くに貼っていない三角形があったのである。

そこで、子供たちに、作った三角形の中から、①と1つの辺だけが違う三角形を集めるよう指示を出した。そして、「それらの三角形が本当に仲間って言えるのか」見比べる場を設けた。



1つの辺だけ違うけど…?

子供たちは、「中には全然似てない形もあるよ」「①とは似ている形同士でも、2つの辺の長さが違う三角形もあるよ」と言い、「ある三角形と1つの辺だけ違う」というのは、仲間分けの観点にはならないことに気付いていった。

また例えば、1人の子がある三角形の仲間を「チーズみたいな三角形の仲間」と言ったのに対して、別の子が「それはチーズみたいな三角形じゃないよ。チーズみたいなのは、こっちの三角形だよ」と言い合う場面があった。

その場面を取り上げ、子供たちに、作った三角形を「チーズみたいな三角形」とそうでない三角形に分けるよう指示を出した。分けた三角形を見比べてみると、結果は、一人一人ばらばらであった。子供たちは、「誰が判断しても同じ結果になるようなルールじゃないといけないこと」に気付いていった。



チーズみたい？

### ④ 深まった認識

#### 辺の長さに着目して「同じ」と認識

いくつかの場面を取り上げて、曖昧さを浮き彫りにすることで、子供たちは、「誰が判断しても同

じ結果になるような、はっきりしたルールで仲間分けしないといけないこと」に気付いていった。そこで、グループごとに三角形を仲間分けする時間を設け、はっきりとしたルールについて考えていくことにした。

大半のグループは、「3つの辺の長さが等しい三角形の仲間」「2つの辺の長さが等しい三角形の仲間」「どの辺の長さも等しくない三角形の仲間」の3つの仲間に分類した。いわゆる「正三角形」「二等辺三角形」である。同じ長さの辺に着目し、類して同じ形の仲間ととらえた姿である。

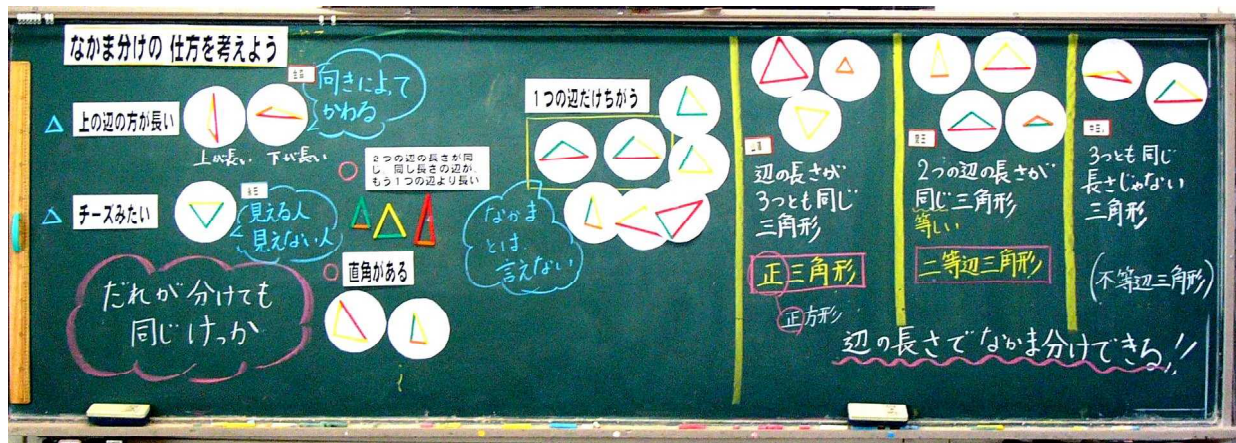
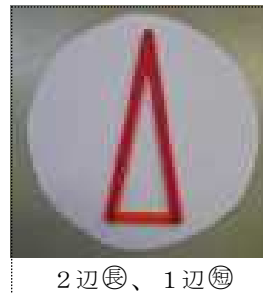
### 1つの観点から見て「類して同じ」と認識

中には、二等辺三角形を更に細かく2つの仲間に分けているグループもあった。「2つの辺の長さが等しく、同じ長さの辺が、もう1つの辺より長い三角形」と「2つの辺の長さが等しく、同じ長さの辺が、もう1つの辺より短い三角形」に分けたのである。

確かに、誰が判断しても同じ結果になるような仲間分けの方法である。この仲間分けに対して、「なるほど、細かく分けられるね」と共感する子もいれば、「ルールが複雑で分かりにくい」と言う子もいた。

数学の世界でも、辺に着目して「正三角形」「二等辺三角形」、角に着目して「鈍角三角形」「直角三角形」「鋭角三角形」といったように、1つの観点から分類する見方もある。また、「直角二等辺三角形」「鈍角二等辺三角形」といったように2つの観点から細かく分類する見方もある。

子供たちには、どちらも大切な見方であることを伝えた上で、辺の長さの関係だけに着目した分け方には、「正三角形」「二等辺三角形」という用語が付いていることを伝えた。子供たちの中には、「正三角形」や「二等辺三角形」という用語を既に知っていた子もいた。しかし、それらが、数ある仲間分けの中の1つの観点であるということについては、新たな学びとなった。



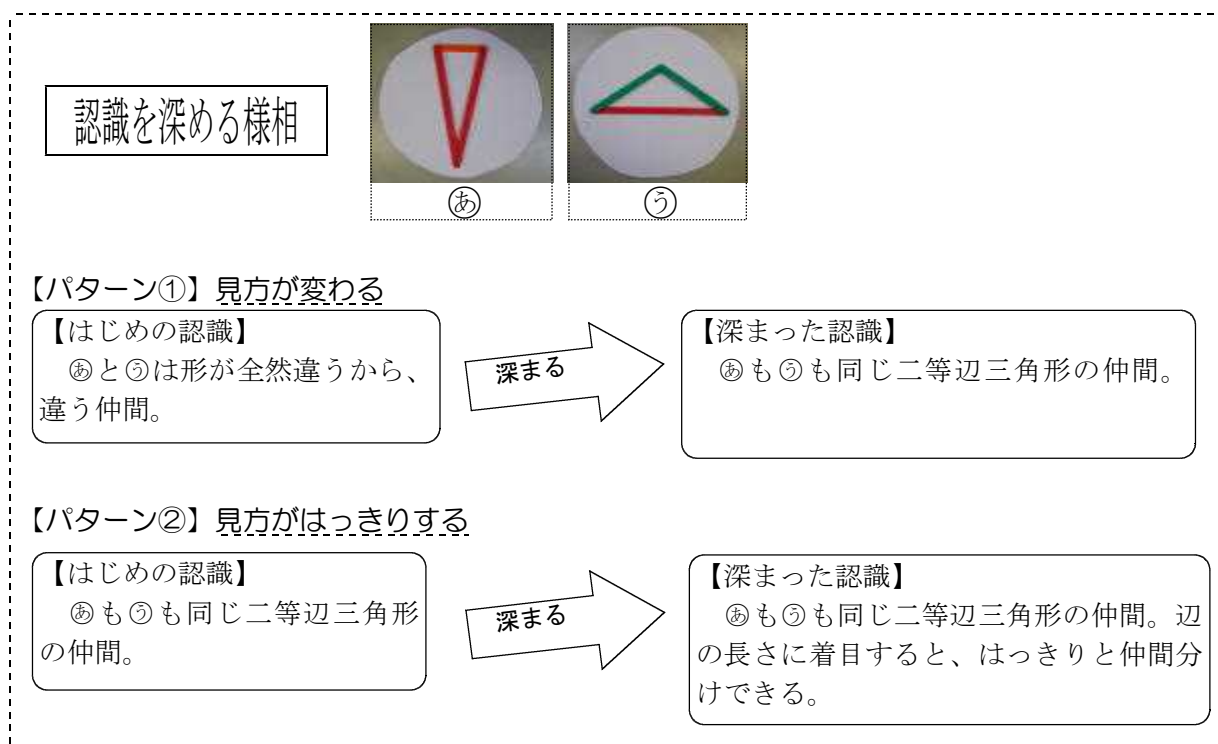
## (5) 成果と課題

### ① 成果

認識を深めていく様相として、本時では2種類の様相が見られた。

1つは、見方が変わる様相である。はじめ、㊸と㊹は違う形と見ていた子が、授業の終わりには、㊸も㊹も同じ二等辺三角形の仲間と見るようになった。「違う」から「同じ」へと見方が変わったのである。

もう1つは見方がはっきりする様相である。辺の長さに着目して㊸も㊹も「同じ形」と見ていた子が、そういう見方をすることではっきり仲間分けできるというよさに気付いていった。「同じ」という見方は変わらないが、その根拠が明確になっていったのである。



## ② 課題

思考を活性化する場面では、一部の子は仲間分けの曖昧さに気付いたものの、クラス全体の問いにはなり切れなかった。それは、曖昧さが浮き彫りになりかけた場面で、じっくりと立ち止まらなかったためである。立ち止まる場面は、子供任せにするのではなく、教師が予め設定しておくことが大切だと感じた。認識が深まった子供の姿をしっかりと描いておくことで、そのための手立てを講じることができる。認識が深まった子供の姿を、簡潔に一言で表せるようにしておくといよい。

## 4 参考文献

- ・「小学校学習指導要領解説算数編」
- ・「教科書」全6社
- ・「算数授業研究71号」（編：筑波大学附属小学校算数研究部）【東洋館出版社】より“図形概念形成と図形感覚を磨く視点”（坪田耕三）
- ・「坪田新左衛門プロジェクト」<http://www.sinzaemon.jp/>（坪田耕三）より“図形で大切にしたい活動”
- ・「小三教育技術2013年9月号」【小学館】より“三角形の指導”（前田正秀）
- ・「研究授業で使いたい算数教材20」（編著：細水保宏、佐藤裕二、執筆：ガウスの会）【東洋館出版社】より“三角形と四角形”（高橋正英）