実践例

第4学年

単元名　変わり方調べ

（1）単元の目標

○伴って変わる二量の関係を明らかにしようとする。	（数量や図形についての関心・意欲・態度）
○表や式などに表しながら、対応のきまりを考える。	（数学的な考え方）
○変化の様子を、表や式などに表して考察することができる。	（数量や図形についての表現・処理）
○式に表して関係を明らかにすることのよさを理解する。	（数量や図形についての知識・理解）

（2）単元について

本単元では、伴って変わる二量の関係を、表や式に表したりしながら調べる中で、関数的な力を育むことをねらいとしている。本単元では、きまりを見いだそうとする算数的な態度を育むために、次のような工夫をする。

◇　適度な負荷のある教材を扱う。一方の数からもう一方の数を簡単に予想できない教材を扱うことで、「どうなっているのか知りたい」「早く分かる方法を考えたい」といった願いが引き出されると考える。

◇　きまりを見つけなければ、不都合が生じるような場面を設定する。実際に操作したり図や表に表したりするのが困難な場面を設定することで、きまりを見いだす必然性が生まれると考える。

◇　事象と十分に関わらせる。実際にやってみたり、図に表して整理したりすることで、きまりが見えてくると考える。

（3）全体計画（全 15 M）

第 1 次	伴って変わる 2 量の関係を調べる。	～カクカクランド　～	(9 M)
第 2 次	発展問題に取り組む。	～ふたりでパシャリ～	(6 M)

（4）授業の実際

「ふたりでパシャリ」: 全員が全員と二人組で写真を撮る場合の、人数と回数の関係を考える。

（10 ～ 12 ／ 15 M）

①　事象とじっくり向き合う中で、きまりを見いだしていった子供たちの様相

a　人数と回数の関係に興味を抱いていった子供たち

「ふたりでパシャリ。パシャリは何回？」と板書し、「さて、何回でしょう」と子供たちに問いかけた。いきなりの質問に、子供たちはきょとんとした顔になり、「パシャリって、何？」「写真を撮ることかな？」などとつぶやき始めた。

そこに、カメラを取り出して、「パシャリって写真をとることです」「二人ずつ写真を撮るんですよ」と説明した。子供たちは「だったら、クラス 40 人なら 20 回？」「そうじゃなくって、もっと多くなるよ」などと、回数を推測し始めた。

そんな様子を見守りながら、「全員が全員と二人組で写真を撮るんですよ」と説明を付け加えた。「どういう意味？」とざわつく子供たちに、3 人の場合を例に説明した。

3 人の子供に前へ出てきてもらい、実際にやってみせた。「旅先で知り合ってなかよくなった 3 人組。しかし別れの時がやってきました。そこで二人ずつ記念写真を撮ることに…」と、ストーリーを織り交ぜながら、Ａさんとさん、Ａさんとさん、Ｂさんとさん、合計 3 枚の写真を撮って黒板に貼った。実

演しながら「全員が全員と撮ること」「二人組で撮ること」を子供たちに確認した。

さて、こうして問題場面のイメージを作り上げる中で、子供たちからは「3 人なら 6 回じゃないかな」「あれ、3 回だ…、何でだろう」「だったら 4 人なら…」などのつぶやきが聞こえてきた。一方の数からもう一方の数を簡単には予想できない。子供たちは、知的好奇心を掻き立てられて、人数と回数の関係に興味を抱いていったのである。

b　事象を整理してとらえようとしていった子供たち

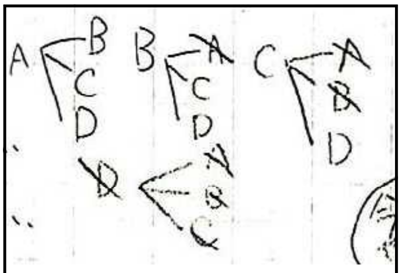
「だったら 4 人なら…」と推測を始めた子供たちに、実際に 4 人グループを作って試してみるように指示した。

秋子児は、「3 人だと 3 回だったから、4 人ならきっと 4 回だよ」と、さっそく活動を始めた。最初のうちは、「私がカメラマンになる」「○○さん、一緒に撮ろうよ」と楽しそうに写真を撮っていた。しかし、やみくもに撮ったのでは、回数が分からなくなってしまう。そのうちに「ちょっと待って、順番に撮っていこうよ」と秋子児が提案した。

秋子児が提案した数え方は、まずはＡが撮って、ＡＢ・ＡＣ・ＡＤの 3 回。次にＢがＡ以外のメンバーと撮って、ＢＣ・ＢＤの 2 回。最後にＣがＡ・Ｂ以外のメンバーと撮って、ＣＤの 1 回。合わせて 6 回という数え方である。落ちや重なりがないように工夫されている。

さて、こうして 6 回という答えが分かったのだが、秋子児は、まだ腑に落ちない様子であった。推測していた 4 回という結果ではなかったからである。「あれ、6 回。何で？」とつぶやき、秋子児はノートに向かった。「何かきまりがあるのではないか」と考え始めたのである。

ノートに向かった秋子児は、右のような図をかいた。複雑な事象を整理するために、図を用いる必要性を感じたのである。秋子児のように、図を用いて考え出す子供が、他にもたくさんいた。子供たちはやみくもに調べては困難が生じることを実感し、事象を整理してとらえ、きまりを見いだそうと動いていったのである。

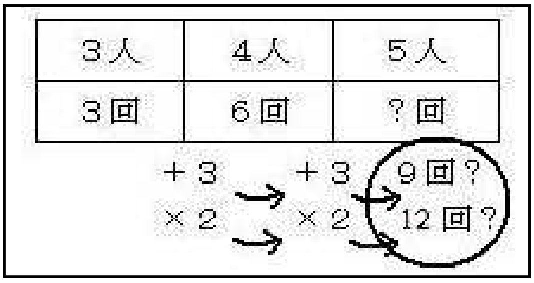


秋子児のノート①

c　対応する値の組を増やして調べようとしていった子供たち

秋子児の考えを全体にも紹介し、4 人だと 6 回になることを確認した。子供たちは、「だったら 5 人なら…」と、推測を始めた。

さて、5 人だと一体何回になるのだろうか。子供たちに予想を聞いてみると、「9 回」や「12 回」という答えが返ってきた。「3 人から 4 人になると 3 回増えた。だから 5 人になると 4 人の時の 6 回から 3 回増えて 9 回になる」「3 人から 4 人になると 2 倍になった。だから 5 人になると 4 人の時の 2 倍になって 12 回になる」という理由である。根拠のある推測であることを褒め、それらを右図のように表に整理して板書した。



秋子児は、どちらの推測が正しいのか、見比べていた。しかし、やがて「両方とも、おかしいよ」と手を挙げた。そして、「だって、2人の時は 1 回、1 人の時は０回でしょ」と発言した。1 人や 2 人の場合を考えると、「3 ずつ増える」「2 倍ずつ増える」というきまりは成り立たないというのである。

1人	2人	3人	4人	5人
0回	1回	3回	6回	?回

~~＋3~~?　~~＋3~~?　＋3
~~×2~~?　~~×2~~?　×2

本来、変化の様子を調べるには、対応する値の組が 3 組以上必要である。しかし、教師はあえて「3 人だと 3 回、4 人だと 6 回」と、2 組だけをはじめに提示した。「＋ 3」や「× 2」を錯覚させる 2 組である。単純に「＋ 3」や「× 2」という狭い範囲のきまりにとびつくのではなく、秋子児のように、対応する値の組をもっと増やして確かめようとする姿が、よりよく思考する子供の姿であると言える。

秋子児の意見に、教室がざわつきだした。なにしろ、推測が見事にくつがえされたのである。「あれ」「どうして」と、子供たちの心が動き出した。

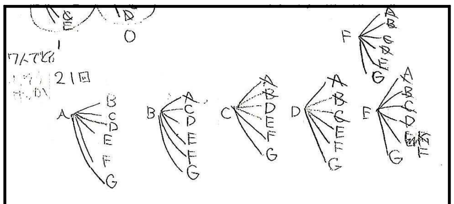
子供たちは、「5 人だと何回になるの？」とノートに図をかいて試し始めた。5 人だと 10 回になることを確認した子供たちは、「え、10 回！？一体どんなきまりがあるの？」と考えていった。

1 人から 5 人までの表をじっと眺めていた秋子児は、増え方に着目し「1 回、2 回、3 回、4 回ずつ増えていっている」という変わり方のきまりを発見した。

人数	1	2	3	4	5	6
回数	0	1	3	6	10	15？

$\overrightarrow{+1}$　$\overrightarrow{+2}$　$\overrightarrow{+3}$　$\overrightarrow{+4}$　$\overrightarrow{+5}$？

「だったら、6 人だと 15 回になるはずだ」と秋子は 6 人の場合を試し始めた。対応する値の組を増やして、自分の見つけたきまりを確かめようとしているのである。図にかいて試してみると、確かに 6 人なら 15 回になった。こうして秋子児は、見つけたきまりに自信を深めていった。



秋子児のノート②

【考察】よりよく思考する子供は、問題意識を変容させながら、繰り返しものとかかわっていく

こうしてきまりを見いだしていく上で、子供たちの問題意識は次のように変容していった。

まず、一方の数からもう一方の数を簡単に予想できない教材と出会い、子供たちは、人数と回数の関係に興味を抱いていった。この時の問題意識は、単純に「どうなっているのか知りたい」というものであった。次に、実際に 4 人の場合を確かめる中で、やみくもに調べては困難が生じることに気づき、子供たちの問題意識は、「事象を整理して分かりやすくしたい」というものに変わっていった。さらに、5 人だと 10 回となる事実に、子供たちの問題意識は、「対応する値の組を増やして調べ、きまりを見いだしたい」というものに変わっていった。

「どうなっているのか知りたい」という素朴な問いが、「事象を整理して分かりやすくしたい」「対応する値の組を増やして調べ、変わり方のきまりを見いだしたい」という数理的な問いへと醸成されていったのである。

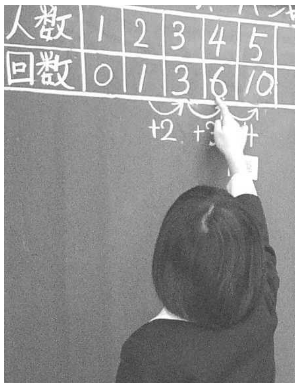
そうして、問題意識を高めていった子供たちは、「根拠をもって推測する」「図で表して整理する」「対応する値の組を増やして観察する」などの試行錯誤をしながら、繰り返しものとかかわり、変わり方のきまりを見いだしていった。

ここでの子供たちは、事象とじっくり向き合うことで、問題意識を変容させながら、繰り返しものとかかわっていったと言える。

（13 ～ 15 ／ 15 M）

②　友達の考えを取り入れながら、新たなきまりを見いだしていった子供たちの様相

a　図に立ち返って変わり方を見つめ直していった子供たち

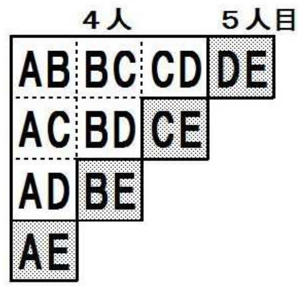


ここで、見つけたきまりを発表する場を設けた。子供たちはのきまりを発見したことに、満足気な様子であった。「1 回、2 回、3 回、4 回、5 回と増えている」「6 人なら 15 回なったよ。きっと、7 人なら 21 回、8 人なら 28 回になるはず」など、意気揚々と説明した。

しかし、子供たちの見つけたきまりは、あくまでも数の並びから帰納的に推測した変わり方のきまりであって、証拠はない。もう 1 度、図に立ち返って、きまりが成り立つ理由を考えさせる必要がある。

そこで、「絶対に 21 回、28 回…となりますか」と問いかけた。すると、「絶対とは言えないけど…」「多分そうなるはず…」と、子供たちの自信が揺らぎ始めた。さらに、「だったら、7 人、8 人、9 人、10 人の場合も、実際に試していきますか」と問いかけた。子供たちは「でも、そんなことしてたら面倒だよ」「そんなことしなくても絶対になるって言えるよ。だって…」と口々に言い始めた。

そこで、「きまりが成り立つ理由を説明してごらん」と子供たちに投げかけた。ただし、一般化してきまりを証明するのは難しいので「5 人になると 4 回増える理由」をまず考えるように促した。



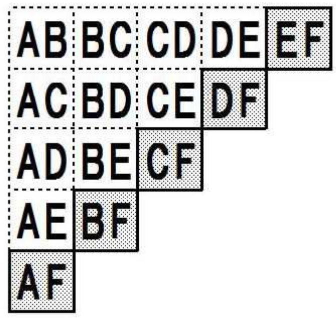
増えたのはこの部分

ある子は、前に出て図を差しながら説明した。「階段の図にして考えてみたよ。4 人だと、右の図のようにになる。そこにＥが来ると、網がけの部分だけ増えるんだよ」と言うのである。

別の子が「つまり、最初から数えなくてもいいんだよ」と付け足した。「4 人の時は 6 回だって分かっている。後から来たＥさんがＡＢＣＤさんと撮った 4 回を足せばいい」と説明した。図と実際の動作を関連づけた考えである。

さらに、「同じように、6 人になったらもう一回り大きくなるはずだよ」と別の子が付け足した。そして、「一人増えるごとに階段は一回り大きくなるよ。人数が 4 人の時、階段は 3 段になる。5 人なら 4 段、6 人なら 5 段。〔人数－ 1〕回ずつ回数が増えているよ」と説明した。〔人数－ 1〕という言い方は、回数を人数と関係づけて一般化を図ろうとした考えである。

つまり、□人目が加わると、□人目が元からいた〔□－ 1〕人と撮った分だけ足せばいいから、〔□－ 1〕回ずつ回数が増えていくのである。



6 人になったら…

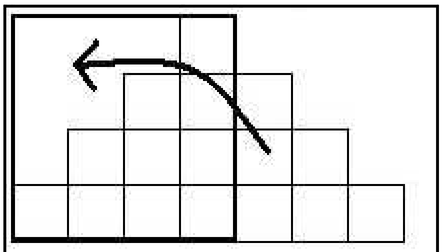
こうして子供たちは、様々な見方で人数と回数との関係をとらえていった。最初は、考えを整理するために用いてきた図であった。しかし、ここでは「増えた部分」に着目して図を見つめ直していった。新たな視点で図を見直すことで、考えを確かにしていったのである。

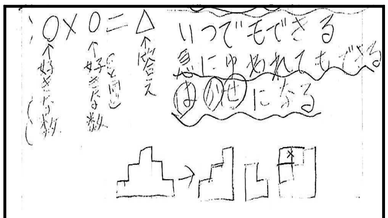
b　見つけたきまりに疑念を抱き始めた子供たち

こうして、きまりが成り立つ理由が証明された。しかし、まだ納得いかない表情の子供が数名いた。「確かにいつでも言えるけど…」と、見つけたきまりに満足できていなかったのである。

大輔児は、「でも、このきまりだと、例えば 40 人の場合を求める時は、大変だ」と考えた。「今回のように、3 人、4 人、5 人…と順番に調べていく時はいいけど、例えば 40 人の場合を調べる時には、1 ＋ 2 ＋ 3 ＋…＋ 38 ＋ 39 と、いちいち足してゆくのが面倒になる」というのである。

大輔児がそのように考えた理由は、第 1 次での学習にある。「四角形の石をピラミッド型に積んだときの石の数」を調べた時のことである。最初はみんな、1 ＋ 3 ＋ 5 ＋…と数えていたのだが、そのうちに大輔児が、ピラミッドを等積変形させると「石の数＝段数×段数」で求まることを発見した。この時、大輔児は「この方法なら、最初から足し算しないで、急に段数だけを言われても、石の数がぱっと分かる」と発言している。この成功体験から、今回の課題ににおいても、人数から回数がぱっと分かるきまりを見つけたいと、大輔児は考えたのである。


ピラミッドの時は、等積変形すると…



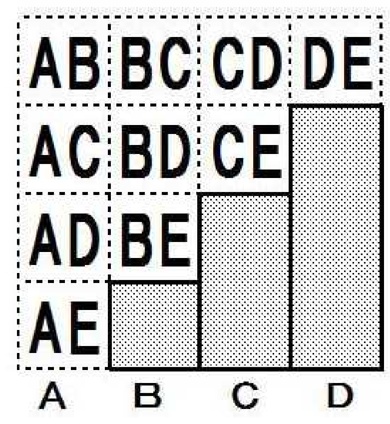
第１次の大輔児児のノート

ｃ　友達の考えの中に、解決への糸口を見いだしていった子供たち

解決へのヒントは、「長方形」である。大輔児は、ピラミッドの時の経験を生かして、階段の図を何とか長方形に等積変形できないか試してみた。しかし、なかなかうまくいかず、大輔児の思考は、一旦行き詰まることとなった。

そんな大輔児に、解決への視点を与えたのは、秋子児や祐太児の発言であった。

秋子児の発言は、「残りの段数を足すと、長方形になるよ」というものだった。秋子児は右の図を示しながら説明した。「Ｂさんは 3 回だけ数えたけど、本当はもう 1 回撮っている。Ｃさんは、本当はもう 2 回撮っている。Ｄさんは、本当はもう 3 回撮っている。数えなかった回数も合わせると、みんな 4 段になる」というのである。



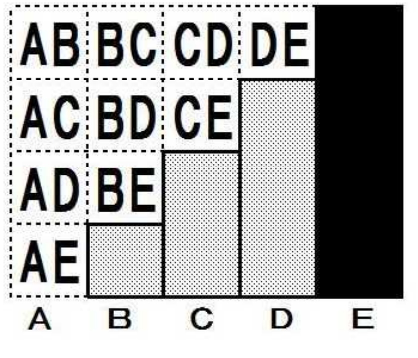
見えない階段

この「本当は撮ったけど、数えなかった回数」という視点は、新しいきまりを発見する上で、大きな手がかりとなるものである。そこで、図の「数えなかった回数」の部分に色を塗って強調した。それを見ていたある子供が「見えない階段だ」とつぶやいた。色を塗ってみると、数えなかった回数も階段状に並んでいるのが分かる。それまで意識してこなかったものが、見えてきたのである。

大輔児は、見えない階段を眺めながら「確かにそうなんだけど、きまりは見つからないな…」とつぶやいた。

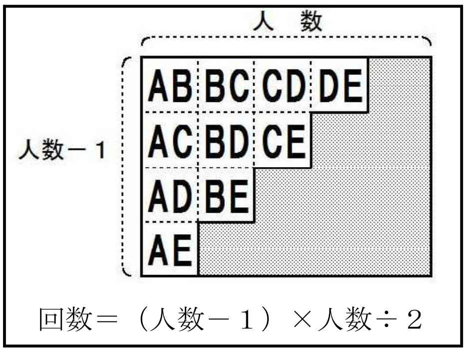
そこに、祐太児が「見えない階段が、もう 1 段あるよ」と発言した。「図ではＥさんの列が省略されているけど、本当はここに見えない階段が、もう 1 段ある。Ｅさんは 1 回も数えてないけど、本当は 5 回写真を撮ってる」というのである。

ここで、祐太児の言う「もう 1 段ある見えない階段」を図にかき加え、色を塗った。すると、子供たちから「あ、同じ形になってる」という声があがった。「数えた回数」の部分と「数えなかった回数」の部分が同じ形になっているのである。



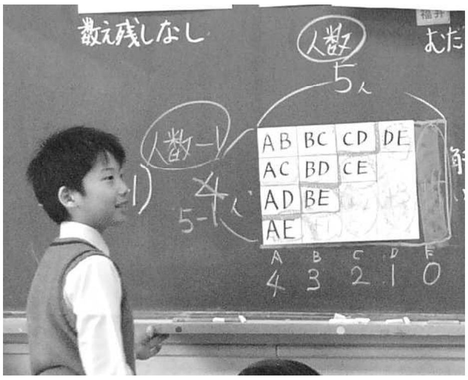
もう１段あるよ

裕太の発言を聞いていた大輔児が、嬉々とした表情で「そうか、そういうことか」と声を挙げた。ついに、新しいきまりを発見したのである。大輔が発見したきまりは、「回数＝（人数－ 1）×人数÷ 2」という公式であった。



こうして、新たな公式を導き出す上で、大輔児は、友達の考えをジグソーパズルのように組み合わせながら、自分の考えをつくり上げていった。

大輔児は、最初、長方形にすれば公式が導き出せそうだということまでは分かっていたが、等積変形のやり方ではうまくいかずに行き詰まっていた。そこで、秋子児の発言をきっかけに、数えなかった部分に着目して考え始めた。ところが、秋子児の考えだと、長方形は作り出せたものの、そこから公式を導き出すことはできなかった。そんな中、祐太児の発言から、「数えた回数」の部分と「数えなかった回数」の部分が同じ形になることが分かった。そして、長方形を 2 で割ればパシャリの回数が求められることに気付いたのである。



【考察】よりよく思考する子供は、様々な角度から考えを見直し深めていく

きまりが成り立つ理由を考えた場面において、子供たちは、きまりが成り立つ理由を考える中で、増えた部分に着目して図に立ち返り、二量の関係を新たな見方でとらえていった。また、公式を見いだす場面において、大輔児は、よりよいきまりを求める中で、友達の考えの中から、自分に足りない見方を補い、自分なりの考えをつくり上げていった。

ここでの子供たちは、心が揺さぶられる中で、様々な角度から考えを見直し深めていったと言える。

6　研究の成果と課題

（1）成果

①　よりよく思考する子供は、問題意識を変容させながら、繰り返しものとかかわっていく

ものとの出会いにおいて、事象とじっくり向き合わせ、その中で、やみくもに数えては不都合が生じるような場を設定したり、安易な推測が外れるような提示の仕方を工夫したりした。すると、子供たちの問題意識は、「どうなっているのか知りたい」という素朴な問いから、「事象を整理して分かりやすくしたい」「対応する値の組を増やして調べ、変わり方のきまりを見いだしたい」という数理的な問いへと醸成されていった。そうして、問題意識を高めていった子供たちは、ものと繰り返しかかわり、考えを深めていった。

②　よりよく思考する子供は、様々な角度から考えを見直し深めていく

子供たちは、考えが揺さぶられると、様々な角度から自分の考えを見つめ直そうとしていった。そうして、様々な角度から考えを見直していく中で、より深く事象をとらえていった。

（2）課題

思考の速度は人によって異なる。授業の中に節を作り、全員が問題意識を持てるように仕組んでいく必要があった。例えば、見つけたきまりでは不都合が生じることを実感させたり、何が解明されて何を考えていけばよいのかを整理したりするなどの手立てが必要だったと考える。