二次曲線（楕円・放物線・双曲線）の焦点を光と水波で探る

生徒の感性を刺激し豊かにする実験教材の開発と指導法の研究

２００３．４．２８

日本私学教育研究所　委託研究員

馬目秀夫

Ⅰ　はじめに

子供たちに楕円や放物線の焦点に波が湧き上がるのを見せられたら、双曲線（面）で反射するようすが見せられたら感動的であろう。また、それを光で示せたら、更に強い印象を与えられるのではないかと考え、この実験装置のセットを工夫した。これによって水波で波面の動きを、光で波の進み方を示すことができる。高校での波動の学習にも効果的である。また、理論的な理解も小学生は折り紙をしながら、高校生は数学Ｃでやるように解析的に扱うこともでき、教育的に幅広いものがある。

◎　工夫した主な点

光の実験器　細い光線を放射線状いろいろな方向に、いかに出し、いかに遠くにとばすか、光線をいかに見えるようにするかが問題であった。そのために、①　麦球、肉厚スリット、蛍光シートを使用した　②　上にかぶせた透明アクリル板の反射を利用した　③　光源を可動とし、焦点からずれた場合の状態も示せるようにした

水波の実験器　装置をコンパクトにし、手元で操作し、手元で見られるようにした。そのため、①　豆電球（高輝度で発熱が少ないので）を使用した　②　フレネルシートを2枚重ね短距離で平行光線を作成した　③　水槽の上に乳白アクリル板を置き、スクリーンとした

Ⅱ　光の実験器

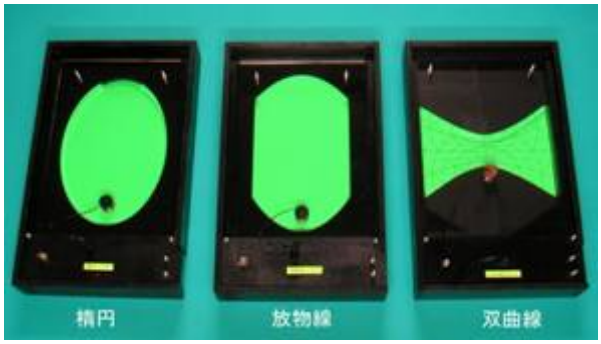
１　装置の概要（各　縦２９ｃｍ横２３ｃｍ高さ５．５ｃｍ）

装置の概要は、図１の通りである。放物線の場合には、焦点を出て放物面に反射した光は、光軸に平行に進む。光軸に平行に来た光は放物面に反射後、焦点に集まる。この２つを実験できるように、放物面を向かい合わせる形にした。これはまたパラボラアンテナの説明にも使える。

双曲線の場合には、双曲線の焦点から出た光はもう一方の双曲線の焦点から出たように反射する。この場合には光が広がるので分かりにくい。そこで２つの同心円の交点から作図した線を、蛍光シートに印刷し分かりやすくした。また、もう一方の焦点を示すため夜光塗料を使用した。

（１）ミラー部　　厚さ１ｃｍの黒色アクリル板を、図１のように業者に切り抜いてもらった。これにポリカーボネイト・ミラーを図２のように接着剤で貼り付けた。楕円の場合、二次反射光があると見にくくなるので、図１ａ、図２ａのように右側の一部にはミラーを貼らなかった。双曲線の場合には、図１ｃ、図２ｃの右側にミラーが貼ってある。楕円・放物線・双曲線をそれぞれ、底面に蛍光シートを敷いたケースに納めた。双曲線の左側部分はシートを黒く塗りつぶしてある。

図１　光の実験器

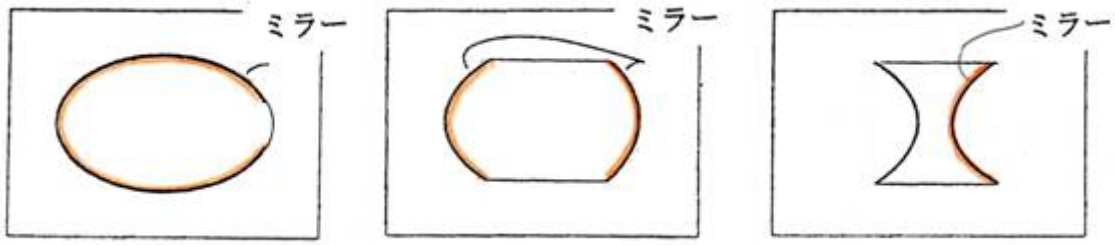


a　楕円

b　放物線

c　双曲線

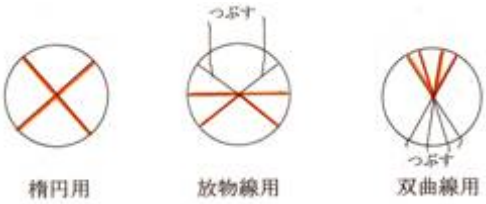
図２　　a　　b　　c

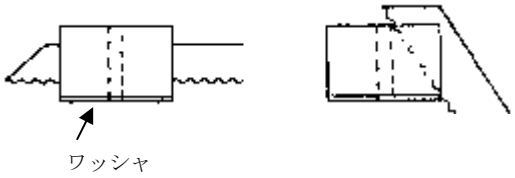


（２）光源とスリット

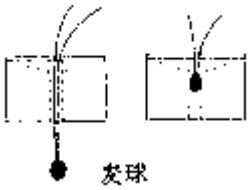
円柱木製ブロックに、中心が合うように注意してワッシャを接着剤で接着する。図３ａのようにスリットを切る。放物線の場合には前方に出る光、双曲線の場合には後方に出る光は不要なのでパテでつぶした。スリットを切る際、図３ｂのように下面から２ｍｍ程度のところまで切り、さらに斜めに切り込みを入れた。これは光が遠くにとぶように、上にかぶせるアクリル板に光を反射させるためである。また、スリットを肉厚にすることで、光線の広がりをおさえた。

図３　a　　b





c



これに麦球（８ｖ用）を差し込み、光源とする（図３ｃ）。これを透明アクリル板に、ミラー部にかぶせたとき、それぞれ楕円・放物線・双曲線の焦点にくる位置に接着する。このアクリルカバーは、ミラー部にストッパーで固定する（図１）。ストッパーをはずしてスライドさせれば、光源を焦点からはずした状態を見ることができるようにした。

（３）電源部

ＤＣ電源アダプター（９ｖ用）に、スイッチつきボリュームをつけて、調光できるようにした。使用しないときには、アダプターをケース内に収納できるようにしてある。

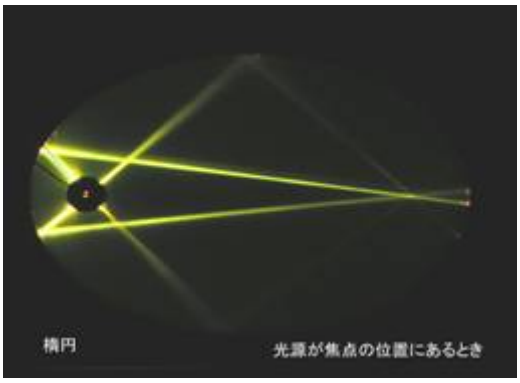
２　実験方法と結果

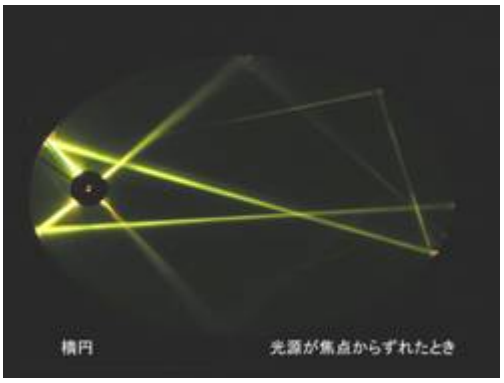
楕円

１）電源スイッチを入れ、徐々にボリュームを回していくと、光線が伸び楕円面で反射後、もう一方の焦点に集まることが分かる。

２）ストッパーをはずして光源の位置をずらすと、楕円面に反射後１点に集まらないことが分かる。

図４ａ



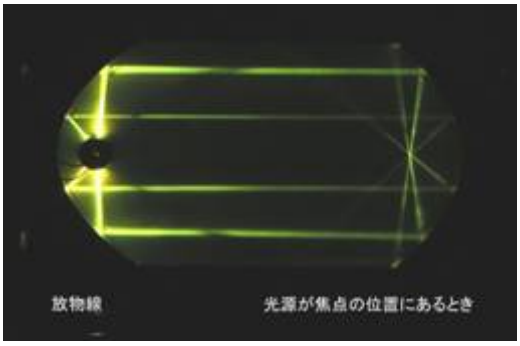


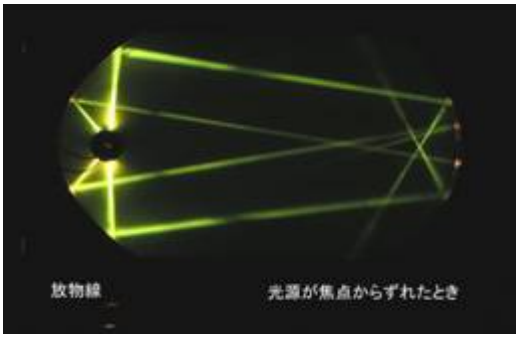
放物線

１）電源スイッチを入れ、徐々にボリュームを回していくと、光線が伸び放物面で反射後、平行に進み、もう一方の放物面で反射して焦点に集まることが分かる。

２）ストッパーをはずして、光源の位置をずらすと、放物面に反射後平行に進まず、またもう一方の放物面に反射しても１点に集まらないことが分かる。

図４ｂ



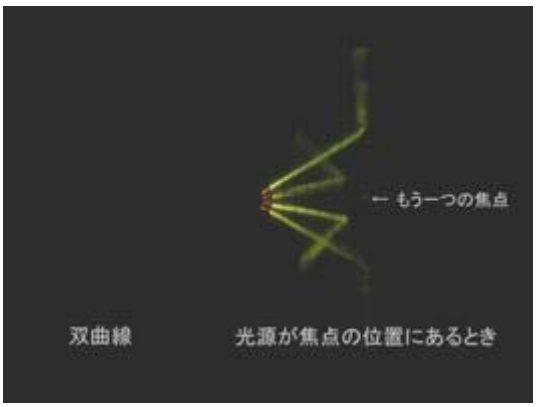


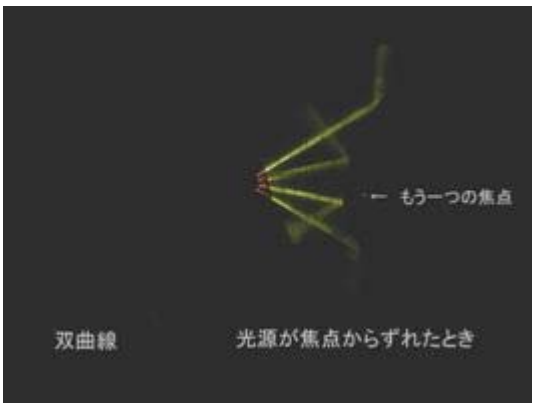
双曲線

1）電源スイッチを入れ、徐々にボリュームを回していくと、光線が伸び向かい側の双曲線で反射後、その双曲線の焦点から出てきたように反射することが分かる。

2）ストッパーをはずして、光源の位置をずらすと、反射光を逆にのばしても１点に集まらないことが分かる。

図４ｃ





Ⅲ　水波の実験器

１　装置の概要（各　縦３２ｃｍ横２４ｃｍ高さ２０．５ｃｍ）

装置は図５・図６のように、３層になっている。下から光源部、集光部、水槽・スクリーン部である。これを重ねて使用する。

図５

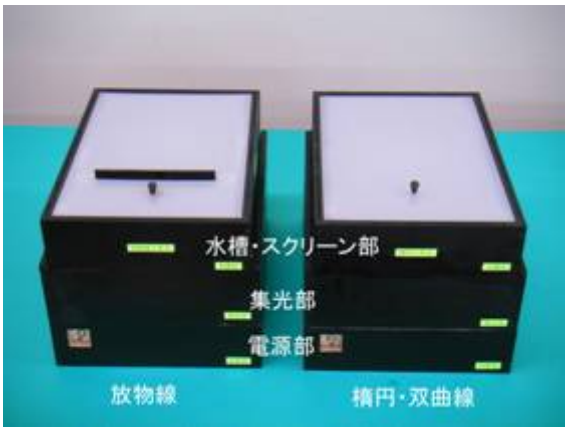


図６

（１）光源部

光源部の概略は図７の通りである。光源としては豆電球を使ったが、これは豆電球が輝度が高く、熱をあまりもたないためである。この種の実験では光源の熱が問題になる。

電源としては、電卓用のＤＣアダプターがあったのでそれを利用した。使用時は図７の右下に見えるスリットからコードを出し、ＡＣ１００Ｖのコンセントにプラグを差し込む。

図７ではわかりにくいが、図５・図６の左下の位置に電源スイッチがある。電源スイッチはスイッチ付きのボリュームを使った。適当なものがないため抵抗を並列に入れて調整してある。

（２）集光部

豆電球から出た光を平行光線にする部分。装置をコンパクトにするため、フレネルシートを２枚重ね焦点距離を短くしてある。合成焦点距離は約１３ｃｍである。フレネルシートは東急ハンズで１枚１５００円で購入した。なおフレネルシートは透明アクリル板の上に固定した。

図７

図８

光源部、集光部は、楕円・放物線・双曲線のすべてに共用できる。

（３）水槽・スクリーン部

楕　円

焦点を出た波が楕円面で反射後、もう一つの焦点に集まることを実験する。厚さ１ｃｍの黒色アクリル板を業者に加工してもらい、市販のアクリルケース（３０ｃｍ×２０ｃｍ×５ｃｍ）に納めた（図９）。

スクリーンは乳白アクリル板を用いた。これの丁度、楕円の焦点に当たる位置に直径３ｍｍの穴を開け、図１０ｂのような球面波造波棒を取り付けた。

図９

図10ａ

ｂ球面波造波棒

放物線

焦点から出た波は放物面で反射後、平行に進む。平行に来た波は放物面で反射後、焦点に集まる。この両方を実験できるように、水槽は図１１のように放物面を向かい合わせる形にした。

スクリーン部には、図１２のように平面波や球面波を送り出すために、それぞれ平面波造波板と球面波造波棒を取り付けた。

図11

図12

スクリーンには図１３のようにスリットをあけ、図１４のような平面波造波板を吊す。

図13

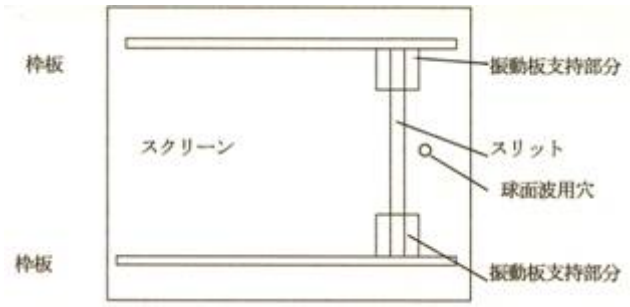
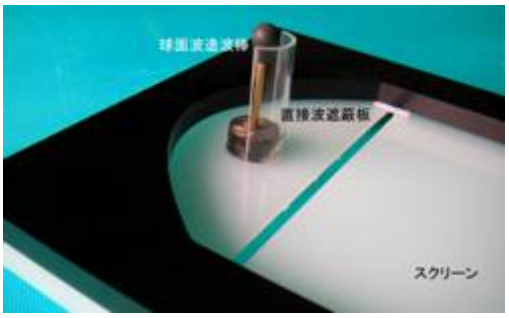


図14

また、放物面の焦点にあたるところに、球面波造波用の穴をあけ、造波棒を取り付けた。スリット裏面には直接波を除くために図１５のような遮蔽板を取り付けた。

また、スクリーン裏面には、水槽の輪郭をはっきりさせるために、水槽と同じものを取り付けたがなくともよい。

図15



双曲線

双曲線の場合、波の進み方が分かりにくいため、２つの同心円の交点から双曲線を作図した線を透明シートにコピーし、アクリルケースの底に貼り付けた。図１６の左側が反射面の双曲線（面）である。右側の双曲線部分は底にスモークシートを貼った。右側双曲線の焦点部分に造波棒が当たるようにしてある。一方、左側の双曲線の焦点部分は直径３ｍｍの穴をあけた。

図16

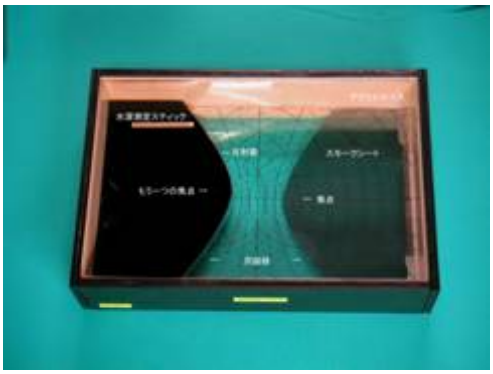


図17

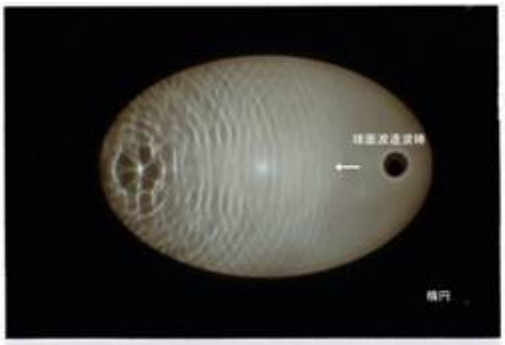
２　実験方法と結果

水槽に水深測定スティックに印された位置まで水を入れておく。

楕円

造波棒をかるく持ち上げて放すと、波面が広がりやがて１点に集まることが分かる。（図１８）

図18



放物線

１）平面波造波板をスリットに差し込んでおく。

２）造波板を前方または後方に軽く一押しすると、平面波が進み、放物面で反射後１点に集まることが分かる。（図１９）

３）造波板を除き、造波棒をかるく持ち上げて放すと、放物面で反射後平行な波が進んでいくことが分かる。ここでは直接前方に進む波をカットするため、遮蔽板を付けた。平行に進んだ波がもう一方の放物面で反射後１点に集まることも分かる。（図２０）

図１９

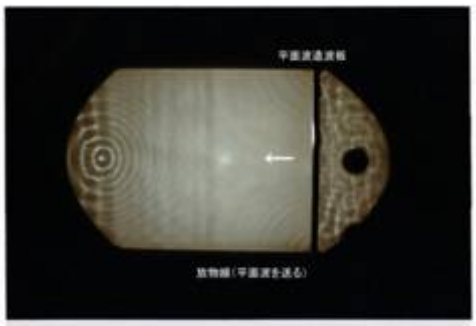
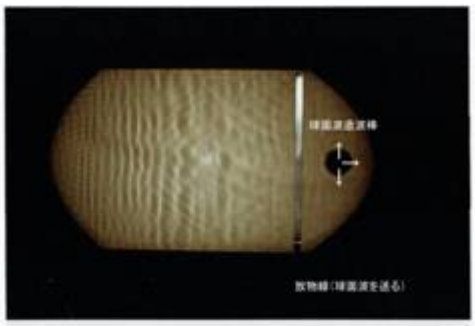


図20



双曲線

１）造波棒を軽く持ち上げてはなすと、球面波が広がっていく（図２１）。

２）反射した波が、反射面の双曲線の焦点から球面波が送り出されたように広がっていくようすが分かる（図２２）。

図21

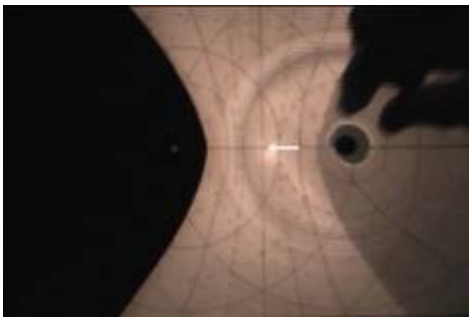
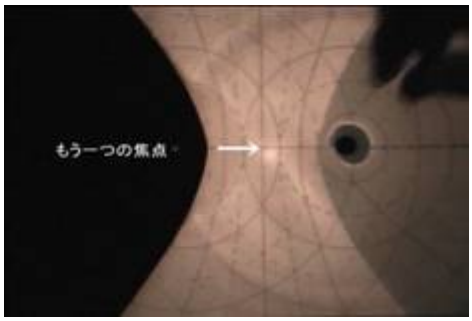


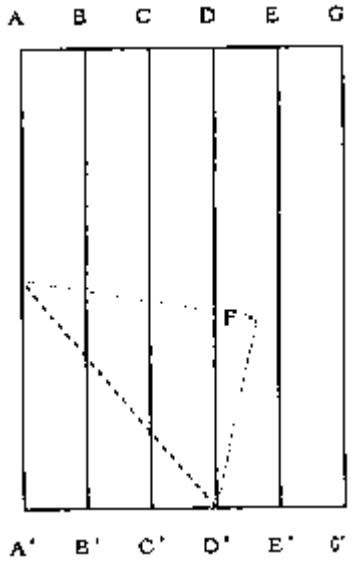
図22



Ⅳ　二次曲線の焦点を折り紙をしながら探る

こどもたちに楕円や放物線の焦点に波が沸き上がるのを見せられたら感動的であろうと考えて、この装置を工夫した。しかし、なぜそうなるかをある程度説明できなくてはならない。そこでいろいろ調べた結果、入射角と反射角が等しいということがわかっていれば、折り紙をしながら説明できることがわかった。その方法は次の通りである。ここでは放物線・楕円・双曲線それぞれについて示した。

1　放物線での波の反射を図で確かめる



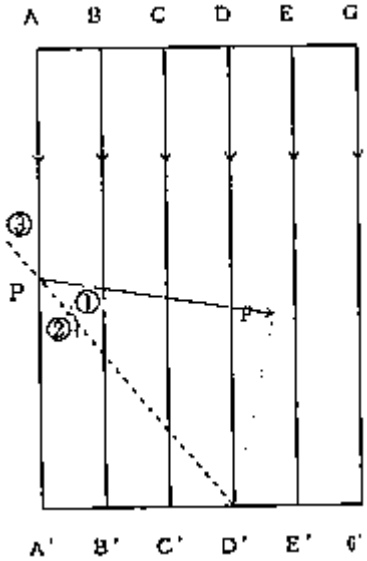
1）波がＡからＡ’の方に進んでいるとする。

2）点Ｆを適当な位置にとる。

3）平行な波を途中で反射させて、全部を点Ｆに集めることを考える。

4）そのためにＡＡ’を途中で折って、Ａ’をＦに重ねる。ＡＡ’と折り目の線が重なる点をＰとする。ＰＦを結ぶ。

5）その折り目を反射面（壁）とすれば、ＦＰ＝ＰＡ’、①＝②＝③となって、入射の角と反射の角が等しくなり、ＡからＡ’に向かう波はＰで反射してＦにいくことになる。

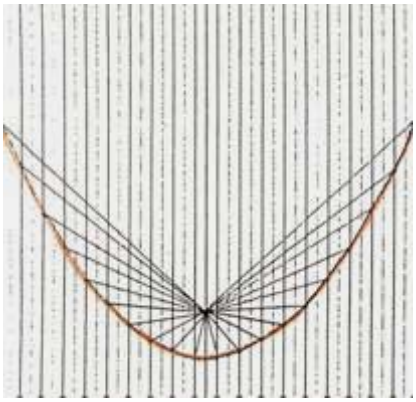


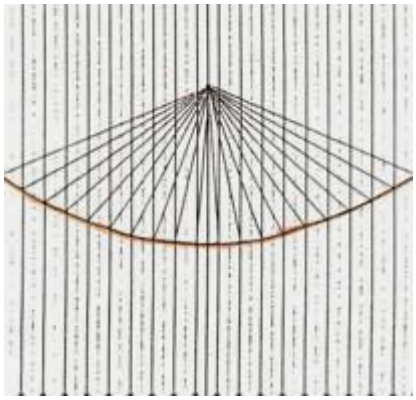
6）同じようにして、Ｂ’をＦに重なるように折り目をつけ、ＢＢ’と折り目の線と重なるところに印・を付ける。

7）Ｃ’、Ｄ’、Ｅ’…… についても同じようにする。

8）この印・をなめらかな曲線でつないでいく。

9）この曲線は焦点Ｆからの距離ＰＦと準線Ａ’Ｇ’からの距離ＰＡ’がつねに等しいことから**放物線になる。**





２　楕円での波の反射を図で確かめる

１）半径８ｃｍ程度の大きめの円をかく。
トレーシングペーパーがよいが、なければ普通の紙でもよい。

２）円の内側の適当なところに点Ｆをとる。

３）円の中心Ｆ’から出た波が途中で反射して、すべてＦに集まるように作図する。

４）そのためにＦ’Ａ’を折り返して、円周上の点Ａ’をＦに重ねる。（普通の紙の場合には、紙を円に沿って切り抜いておくとやりやすい。）　Ｆ’Ａ’と折り目の線が重なる点をＰとする。ＰＦを結ぶ。

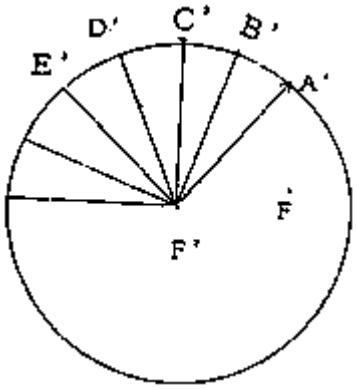
５）折り目を反射面（壁）とすれば、ＰＦ＝ＰＡ’、①＝②＝③ となって、入射の角と反射の角が等しくなり、Ｆ’からＡ’に向かう波は Ｐで反射してＦにいくことになる。

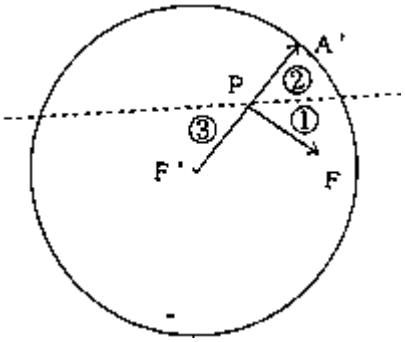
６）同じようにして、Ｂ’をＦに重なるように　折り目をつけ、Ｆ’Ｂ’と折り目の線が重なるところに、印・を付ける。

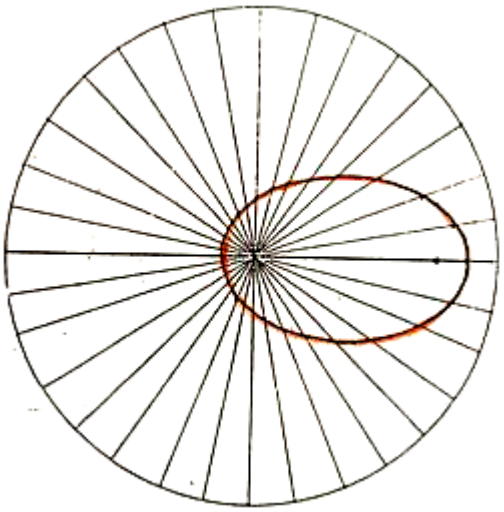
７）Ｃ’、Ｄ’、Ｅ’……　についても同じようにする。

８）この印・をなめらかな曲線でつないでいく。

９）この曲線はＦ’Ｐ＋ＰＦ＝Ｆ’Ｐ＋ＰＡ’　＝半径（一定）だから、**楕円（だえん）**になる。







３　双曲線での波の反射を図で確かめる

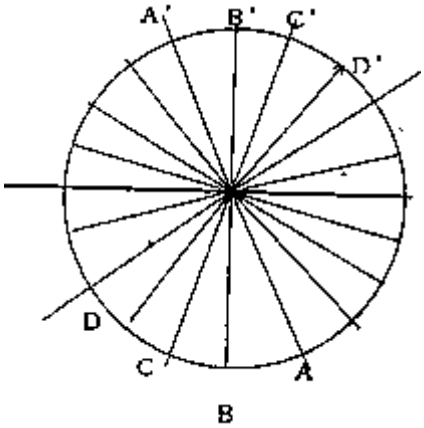
点Ｆを円の外側にとって、楕円の場合と同じように作図する。

１）半径８ｃｍ程度の大きめの円をかく。トレーシングペーパーがよいが、なければ普通の紙でもよい。

２）円の外側の適当なところに点Ｆとる。

３）円の中心Ｆ’に向かった波が途中で反射して、すべてＦに集まるように作図する。

４）そのためにＡ’Ｆ’Ａを折り返して、円周上の点Ａ’をＦに重る。（紙を円に沿って切り抜いておくとやりやすい。）



A’ F’ Aと折り目の線が重なる点をＰとする。
ＰＦを結ぶ。

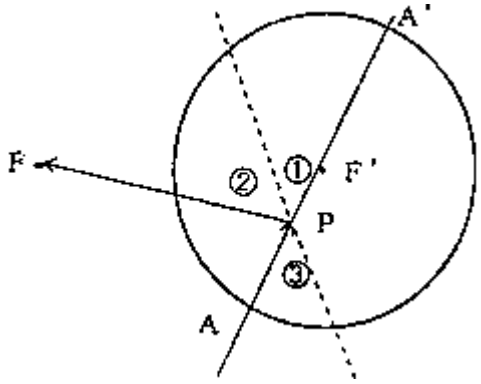
5）折り目を反射面（壁）とすれば、ＰＦ＝ＰＡ’、①＝②＝③ となって、入射の角と反射の角が等しくなり、Ａか らＦ’に向かう波は Ｐで反射してＦにいくことになる。

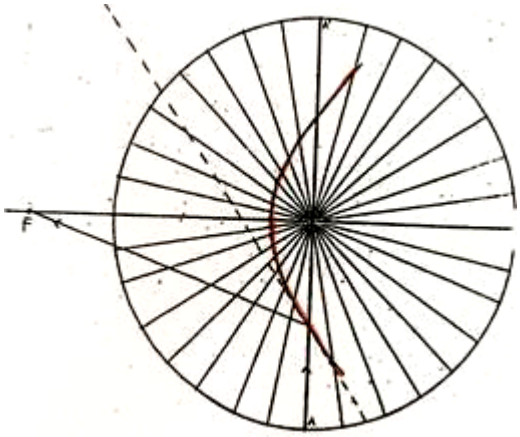
6）同じようにして、Ｂ’をＦに重なるように折り目をつけ、Ｂ’ Ｆ’ Ｂと折り目の線が重なるところに、印・を付ける。

7）Ｃ’、Ｄ’、…… についても同じようにする。

8）この印・をなめらかな曲線でつなぐ。

9）この曲線はＰＦ－ＰＦ’＝ＰＡ’－ＰＦ’ ＝半径（一定）だから、双曲線（そうきょせん）になる。





Ⅴ　おわりに

光の実験では、スリットをいろいろ工夫したが、結局肉厚にすることで光の広がりを少なくした。また、光源としてもいろいろなものを試してみたが、小さく指向性のないものとして、麦球が適当であった。最初、光路を煙で現したが、後の汚れがあり、安定せず、蛍光シートを使用したところうまくいった。

水波の実験では、装置をコンパクトにすることに苦労した。演示用にはＯＨＰなどで投影することもできるが、できるだけ生徒が個人で操作できるようにしたかった。結局、点光源だと水槽までの距離が必要になるため、フレネルシートを重ねて、短焦点で平行光線をつくることにした。また、光源として、いろいろなものを試してみたが、ゆがみが少なく、高輝度で、あまり熱くならないものとして、豆電球が適当であった。

まだまだ、改良の余地があると思われるので、ご助言・ご指導いただければ幸いである。

なお、「楕円・放物線」については、平成１４年度、社団法人発明協会・毎日新聞社主催第５１回全日本教職員発明展において、内閣総理大臣賞を、また科学技術振興事業団日本科学未来館主催・サイエンス展示・実験ショーアイディアコンテストで奨励賞を受賞した。

参考文献

別冊サイエンス　数学ゲームⅢ　M. ガードナー著　日本経済新聞社（1981)

「水波投影装置の製作と二次曲線の焦点」　馬目秀夫　物理教育通信Ｎｏ98（1999)

「二次曲線の焦点と光と波」（１）　馬目秀夫　理大科学フォーラム（2001.11)

「二次曲線の焦点と光と波」（２）　馬目秀夫　理大科学フォーラム（2002.5)

http://www6.plala.or.jp/maamu　←　ホームページへ戻る