

生徒の感性を刺激し豊かにする実験教材の開発と指導法の研究

放物運動実験器の製作 放物運動の構造と予測

日本私学教育研究所委託研究員 馬目 秀夫

1 はじめに

放物運動は身近な運動であり、自然の美しさ、不思議さなどを生徒たちに教えていく上で好適な現象である。さらに、この現象は、自然科学を学ぶ上で多くの意味を持っている。慣性、力と運動の関係、運動の重ね合わせ、自然の中の法則性、現象を数式で表す意味などである。この作品では、放物運動の構造を明らかにし、それを数式で表現するのに便利な教材として「放物運動スダレ」を、その数式が実際の運動を表し、その数式で運動を予測することができることを示す装置として「放物運動予測実験器」を、それぞれ装置の片面ずつに配置し、一体化した形で製作した。その大きさは縦 18 cm、横 60 cm、高さ 61.5 cm、重さ 6.5 kg である。なお、「放物運動スダレ」は、1981 年東京書籍「高校通信 東書 物理」6 月号に発表したものを改良したものであり、「放物運動予測実験器」は、1982 年日本物理教育学会誌「物理教育」Vol.30、No.1 に発表したものを改良したものである。

2 放物運動スダレ

「放物運動スダレ」は、一定時間間隔の自由落下距離を短冊に画鋲などを貼り付けて作り、それをまっすぐな棒に等間隔に吊したものである。図 1 が従来のもので、図 2 は今回のものである。図 1, 2 のように、棒を水平にしたときには、短冊につけた画鋲が水平投射の運動の軌道を示し、棒を徐々に傾けることで、それぞれの角度での斜め投射の運動の軌道を示すことができる。これによって水平投射の運動から斜め投射の運動へ連続して、その軌道を示すことができ、その変化の美しさを示すとともに、この運動をスムーズに数式化するのに利用できる。特に生徒にとって斜め投射の式は取っつきにくく、分かりにくい、その原因の一つは、初速度を分解して導入するところにある。この「スダレ」を使うと、距離を分解して導入できる。この方が生徒には受け入れやすく、また更に、導出した式を変形することで、運動の違った見方を発見することができ、教育的にも意味がある。その他、モンキーハンティングの説明や 45° の時に最も遠くに飛ぶ、 30° と 60° のとき同じ地点に到達するなど、投射角度と到達距離の関係を示すことができる。

図 1 a 水平にしたとき

b 斜めにしたとき

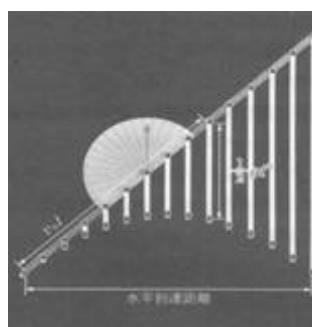
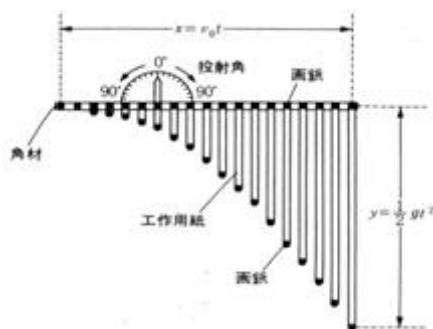
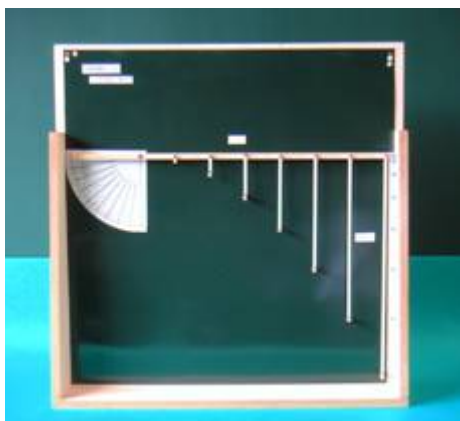
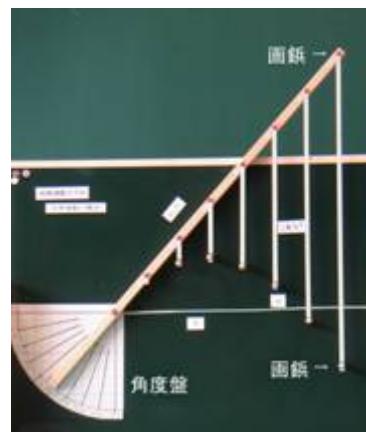


図2 a 水平にしたとき



b 斜めにしたとき



(1) 改良点・工夫した点

改良・工夫した主な点は次の通りである。

- ① 従来、ゴム磁石で黒板にはりつけて使用していたが、斜めにするときに投射地点がずれてしまう欠点があった。今回、「スダレ」をボードに取り付けることで、軸を固定することができ、それによって角度盤を軸に取り付け、投射角度を見やすくした。
- ② 軸を固定することで、スダレ部分と動かすための取手部分を分けることができ、取手部分の裏にゴム磁石を貼り付け、任意の角度で止まるようにして、取り扱いやすくした。
- ③ 初速度の大きさと時間間隔の取り方によって、スダレが伸びすぎたり、寸詰まりになったりする。扱いやすく、きれいな曲線ができるように、両者を選んだ。今回は、右表の通り、初速度 1.5m/s 、 0.04 秒間隔で製作した。
- ④ スダレの振動がすぐ止まるように、画紙の裏にウレタンを切り抜いたブロックを付けた。

時間	水平距離	落下	距離
0 (s)	0 (cm)	0 (cm)	0 (cm)
0.04	6	0.784	0.8
0.08	12	3.136	3.1
0.12	18	7.056	7.1
0.16	24	12.544	12.5
0.20	30	19.600	19.6
0.24	36	28.224	28.2
0.28	42	38.416	38.4

(2) 使い方

- ① 水平投射の運動が、水平方向は等速度運動、鉛直方向は自由落下運動になっていることを視覚的に示す。自由落下運動を表すもう一つの棒と比較すると良い。
- ② これをもとに水平投射運動をする物体の位置が、水平方向は $x = v_0 t$ 、鉛直方向は $y = \frac{1}{2} g t^2$ で表されることを示す。
- ③ 水平から徐々に角度を変えていくことにより、水平投射運動と斜め投射運動の関係を明らかにする。すなわち斜め投射の運動は、斜め方向の等速度運動と鉛直方向の自由落下運動

の組み合わせになっていることを示す (図3)。

- ④ これをもとに斜め投射の式を導く。図3のように距離を分解して、水平方向は

$x = v_0 t \cos \theta$ 、鉛直方向は $v_0 t \sin \theta$ から自由落下分 $\frac{1}{2} g t^2$ を引いて、

$$y = v_0 t \sin \theta - \frac{1}{2} g t^2 \text{ となる。}$$

- ⑤ この式を変形することで、この運動の別の見方を見つけることができる。すなわち、次のように変形する。

$$x = v_0 \cos \theta t$$

$$y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

これは初速度を水平方向と鉛直方向に分解して、水平方向の等速度運動と鉛直方向の投げ上げの運動の組み合わせとして斜め投射の運動を考えた式である。

生徒にとっては、最初に速度を分解して考えるよりも、距離を分解して考えた方が抵抗が少なくわかりやすいようである。

- ⑥ これを使って投射角と到達距離の関係を明らかにすることもできる。たとえば 45 度のときもっとも遠くまで飛ぶこと、30 度と 60 度では同じ到達点に達することを示すことができる (図4)。

- ⑦ 初速度を変えると、飛び方が変わることを示すことができる。

- ⑧ 自由落下の棒と合わせてモンキーハンティングの説明をすることができる (図5)。

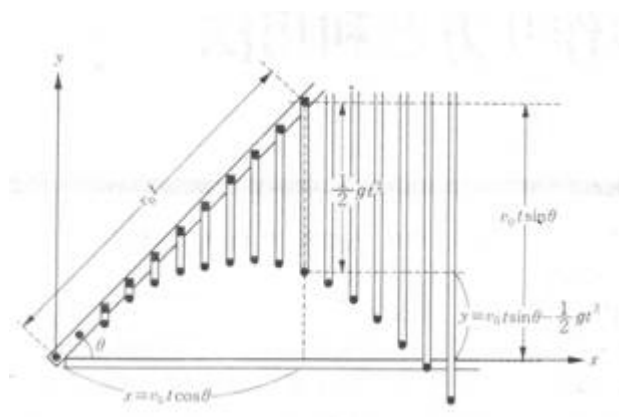


図3 斜め投射の式の導出

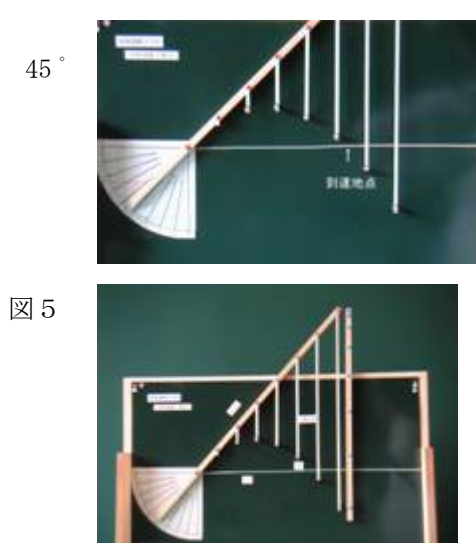
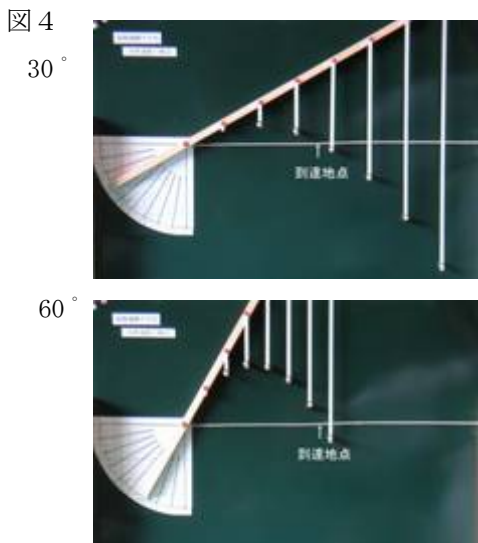


図5

3 放物運動予測実験器

この実験装置は、放物運動する物体の各瞬間の位置をあらかじめ計算して、予測される軌道を作図し、その軌道を実際に通るかどうかなを確認しようとするものである。そのために軌道の上にリングを置き、さらにリングの向きの置き方から、軌道と速度の方向の関係を感覚的に気付かせようというものである。図6は従来のもの、図7は今回のものである。

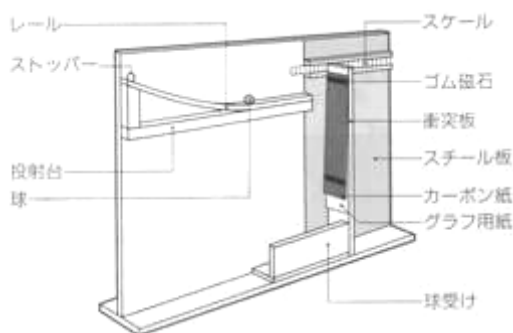


図6 従来の装置

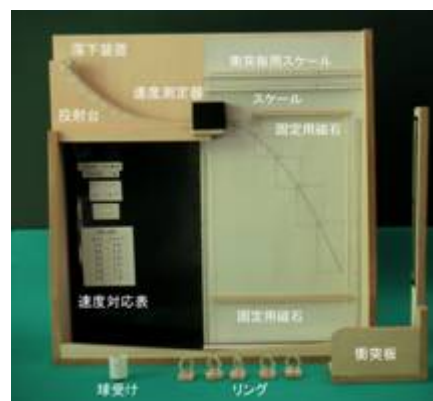


図7 今回の装置

さらに今回は、飛び出す速度から計算により落下位置を予測し、そこに球受けケースを置いて、計算通り落下するかどうかを確認したり、衝突板に、グラフ用紙・カーボン紙をセットし任意の距離離して、球をぶつけ、その落下距離から投射速度を予測し、速度測定器の値と比較したり、衝突板を少しずつずらせながら球をぶつけ、その打点をグラフ用紙にプロットして、放物運動の軌道を作図し、きれいな曲線を描いて飛んでいることに気付かせるなどの使い方ができるようにした。

(1) 改良点・工夫した点

改良・工夫した主な点は次の通りである。

- ① 装置を少し小型化した。従来のものは高さ 62 cm、横幅 90 cm であったが、収納場所に苦労した。そのため、今回は高さ 61.5 cm、横幅 60 cm のものにした。
- ② 落下装置を付けた (図8、図9)。従来は球を指で押さえておいて放す形だったが、生徒が実験する場合には少し不安定になる場合もあるため、落下装置を付けた。球入れ部に球を入れ、レバーを素早く押し下げて、球を落下させる。



図8 投射台と落下装置



図9 落下装置

- ③ レールは配線用のモールの下側を利用し、落下装置はモールのカバー側を加工して作り、スライドさせて移動できるようにした (図 9)。
- ④ レールから飛び出すときの速度 (投射速度) を測定するために、速度測定器 (ビースピ) を取り付けようにした (図 10)。その際、レールの先端が速度測定器の真ん中に来るように、速度測定器の支持台をつけた (図 11)。



図 10 速度測定器



図 11 速度測定器支持台

- ⑤ 投射台に投射速度の目盛りをつけた (図 8、図 9)。図 9 の矢印の部分を合わせる。これは速度測定器を使ってあらかじめ測定しておいたものである。摩擦や回転の影響のため、高校で学ぶ力学的エネルギー保存則を使って計算することはできない。
- ⑥ 投射速度予測実験や軌道トレース実験のための衝突板を別に用意し、そのためのスケールも用意した (図 13)。
- ⑦ 落下位置予測実験のための球受けを用意した (図 12)。フィルムケースを 3.5 cm に切り、底の外面にフェライト磁石を貼り付け、装置の床面のスチール板に固定し、スライドできるようにした。また、球の跳ね返りを防ぐため、フィルムケースのふたを利用して入り口に枠を付けた。



図 12 球受けケース



図 13 衝突板

- ⑧ グラフ用紙が取り付けやすいように、装置の壁面にスチールシートをはり、ゴム磁石でグラフ用紙を固定できるようにした。(図 14)

- ⑨ ゴム磁石はそのままと折れやすいので、角材の裏に貼り付けるようにした（固定用磁石と呼ぶ）。
- ⑩ リングには2 cm×2 cmの台を付け、裏にマジックシートを貼り付けて、取り付けやすくした。また、台には十字の線を引き、それを速度ベクトルに合わせることで、リングの中心が、グラフ上の点に合わせやすくした。（図15）

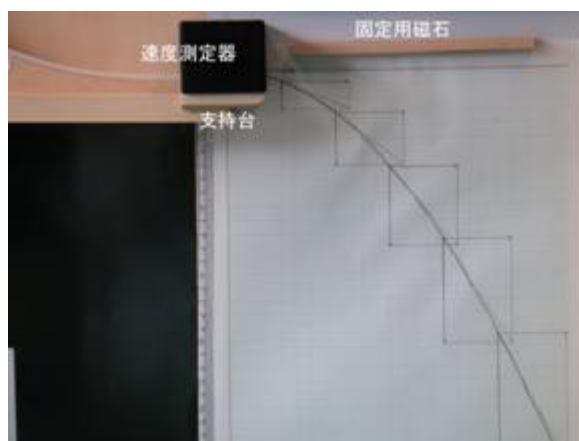


図14 グラフの取り付け

- ⑪ リングは台にビス・ナットで取り付け、向きが自由に換えられるようにした。
- ⑫ 速度測定器はkm/hで表示されるので、m/sとの対応表を付けた（図16）。

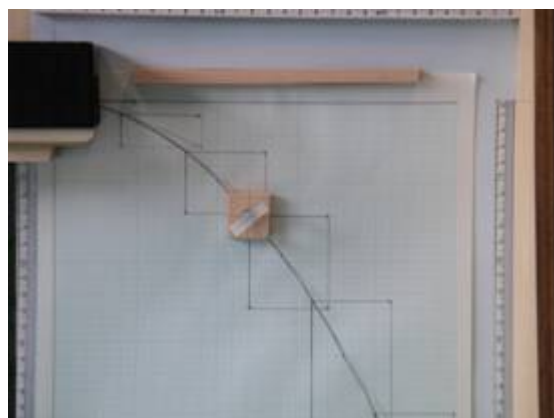


図15 リングの取り付け

速度対応表	
（速度測定の参照）	
$x = v_0 t$	
$y = \frac{1}{2} g t^2$	
$v_x = v_0$	
$v_y = g t$	
換算速度	
m/s	km/h
1.0	3.6
0.9	3.24
0.8	2.88
0.7	2.52
0.6	2.16
0.5	1.80

図16 速度対応表

(2) 使い方1ー 軌道を予測する

- ① 任意の投射速度（通常、計算しやすく1 m/s）での0.02秒ごとの位置（x、y）、を、それぞれ $x = v_0 t$ 、 $y = \frac{1}{2} g t^2$ により計算し、グラフ用紙にプロットし軌道を作図する。
- ② 0.04秒ごとの速度（ v_x 、 v_y ）を、それぞれ $v_x = v_0$ 、 $v_y = g t$ により計算し、各時刻の軌道上の点から20 cm/sを1 cmの矢印（ベクトル）として書く。各速度ベクトルを合成して、それぞれの位置での速度ベクトルを書く。
- ③ このグラフ用紙を装置に固定用磁石で固定する。その際、x軸、y軸を装置に書いてある線に正確に合わせる（図17）。ともに飛び出す瞬間のボールの中心が、グラフの原点に一致するようにしてある（図18）。



図 17 グラフを合わせる線

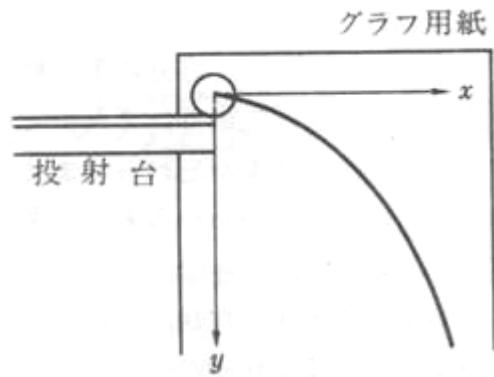


図 18 ボールの中心に合わせる

- ④ 落下装置を設定した速度の位置に合わせ、球をセットする。あわせて速度測定器を速度測定モードにする。
- ⑤ 球を落下させ、計算した軌道通りボールが飛んだかどうか確認する。このとき速度測定器が設定の速度を示しているかどうか確認する。
- ⑥ 計算した軌道の通り飛んだかどうかをわかりやすくするため、軌道上にリングを置く。その際、リングの台についている十字の線と速度ベクトルの線とが一致するようにすると、リングの中心が軌道上の点と一致する (図 15)。
- ⑦ リングの向きをどのようにしたら一番球が通りやすいかを考え、向きを調節する。このことを通して、速度が軌道の接線方向であることに気づかせる。
- ⑧ 落下装置に球をセットし、落下させ、リングを通ったかどうかを確認する。
- ⑨ 以上のことから、実際に、計算した通りにボールが飛ぶこと、各瞬間の速度の方向は軌道の接線方向であることなどを、生徒に確認させ、指導する。



図 19 グラフをセットする

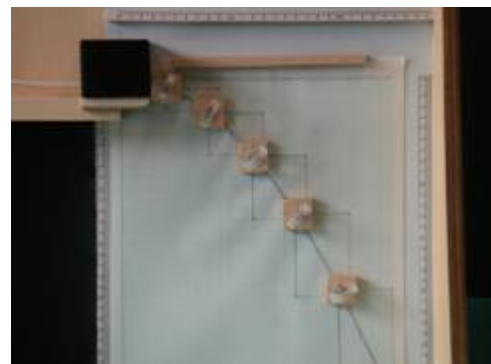


図 20 リングをセットする

(3) 使い方2 - 落下位置の予測

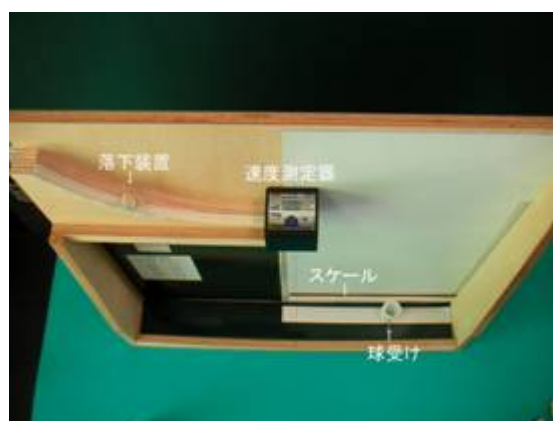


図 21 落下位置を予測する

球の落下位置を計算により予測し、そこに球受けケースを置いて、実際にそこに入るかどうかを確認する (図 21)。

- ① 落下装置を投射速度目盛に合わせ、ボールをセットする (図 22)。
- ② その速度での落下位置を $x = v_0 t$ 、 $y = \frac{1}{2} g t^2$ 或いは $x = \sqrt{2y/g} v_0$ から予測する。なお、レールの先端から球受けの上面までの距離 y は球の中心で 38.5 cm である。
- ③ 予想された位置にケースを置き、落下装置からボールを落下させる (図 23)。

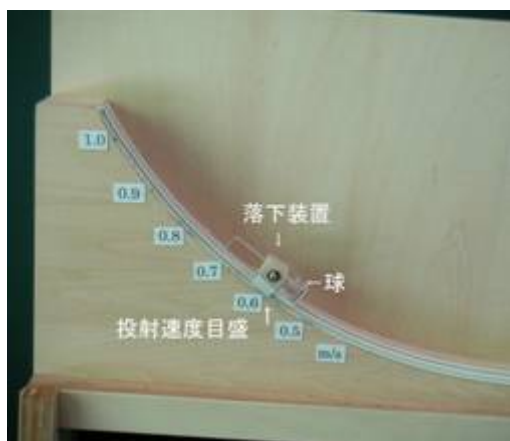


図 22 落下装置をセットする

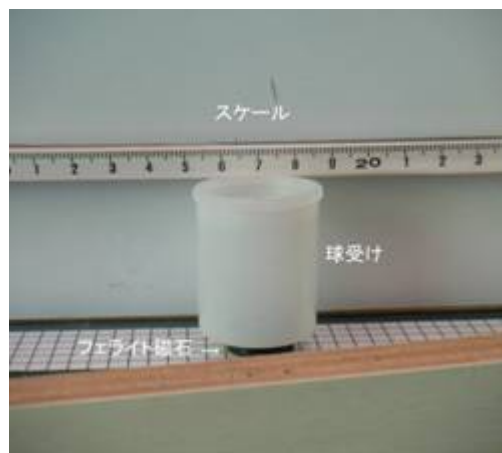


図 23 球受けケースをセットする

例えば、投射速度と落下位置の関係を計算すると次の通りである。

投射速度	m/s	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
落下位置	cm	25.4	22.6	19.7	16.9	14.1

(4) 使い方3ー 投射速度の検証

衝突板にボールを1度衝突させ、それをもとに投射速度を予測する。



図 24 装置の概要

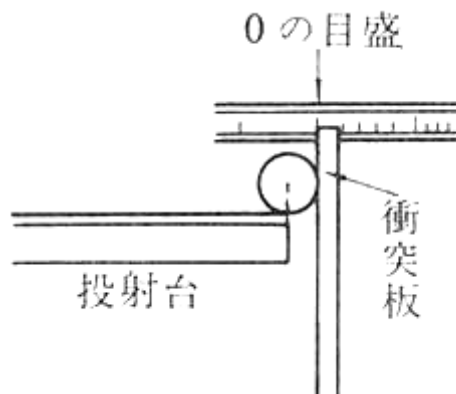


図 25 衝突板をセットする

- ① グラフ用紙、カーボン紙をゴム磁石で衝突板に取り付ける。
- ② 図 25 のように、レールの先端にボールの中心がくるようにして、衝突板を当てる。衝突板用スケールの 0 目盛に衝突板のグラフ用紙を取り付けた面を合わせればよい。
- ③ 落下装置に球をセットし、球を放して、衝突板にぶつける。
- ④ 衝突板を適当な距離（たとえば 10 cm）ずらし、落下装置からボールを落下させる（図 26）。



図 26 衝突板を 10 cm ずらす

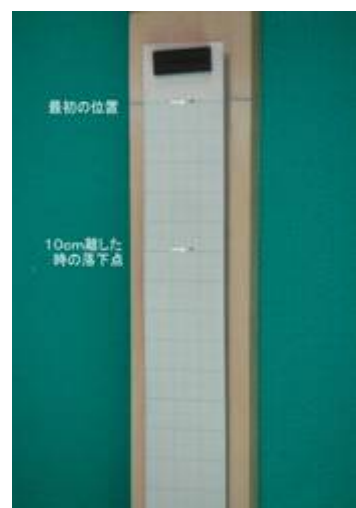


図 27 グラフについての打点

- ⑤ グラフ用紙についての打点（図 27）をもとに初速度 $v_0 = \sqrt{g / 2 y x}$ を計算する。
- ⑥ 計算した結果と速度測定器で測定した結果とを比較する。
例えば、写真の場合 $y = 4.9 \text{ cm}$ で、計算すると $v_0 = 1.0 \text{ m/s}$ となる。

(5) 使い方4ー 軌道をトレースする

衝突板を少しずつずらせながら、球を衝突板に衝突させ、ボールの軌跡を作図する。

- ① グラフ用紙、カーボン紙をゴム磁石で衝突板に取り付ける。
- ② 図 25 のように、レールの先端に球の中心がくるようにして、衝突板を当てる。衝突板用スケールの 0 目盛に衝突板のグラフ用紙を取り付けた面を合わせればよい。
- ③ 落下装置に球をセットし、球を放して、衝突板にぶつける。
- ④ 衝突板を適当な距離(たとえば 2.5 cm)ずつずらし、落下装置から球を落下させていく。カーボン紙をはずして、グラフ用紙に付いた打点を確認する (図 29)。
- ⑤ B 4 グラフ用紙に、水平位置とグラフ用紙に付いた落下位置を、プロットしていく。
- ⑥ これを滑らかな曲線でつないでいく (図 30)。
- ⑦ 投射速度を変えて実験し、同じように曲線を書いてみて、結果を比較する。



図 28 少しずつずらして打点する



図 29 グラフ用紙に付いた打点



図 30 軌道をトレースする

4 おわりに

「放物運動予測実験器」において投射速度は、使用する球の大きさ、質量によって異なってくる。ここでは一番安定性のあった鋼鉄球(直径 1 cm)を使用した。なおリング裏、スケール、グラフ固定用磁石、球受けケースなどに磁石を使用しているが、それぞれの使用範囲内では、球への磁力の影響はないことを確認している。

最後に、「放物運動スダレ」、「放物運動予測実験器」とともに生徒には大変好評である。「スダレ」の角度を変化させると、きれいに曲線が変化する。また数式の導入も楽にできる。「予測実験器」も、チョッとスリルがありリングを球が通った時には、思わず拍手が起こる。生徒に感動を与え、科学に興味をもたせる良い教材だと思われる。ただ、まだ学校に充分普及しているとはいえない。構造も簡単なので是非自作して、授業で使っていただきたい。なお、この作品は社団法人発明協会・毎日新聞社主催平成 18 年度(第 55 回)「全日本教職員発明展」において、「特許庁長官賞」を受賞した。

<http://www6.plala.or.jp/maamu> ←ホームページへ戻る